МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 1

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

В треугольнике ABC точки K, L и M являются серединами сторон AB, BC и AC соответственно. Докажите, что $KLCM$ – параллелограмм.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (-4x + 4) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $-4\pi + 4$ **2**) $4\pi - 4$ **3**) -16 **4**) $\pi/2$

А2. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 12. Точка A находится на расстоянии 2 от плоскости треугольника и на равном расстоянии от его вершин. Это расстояние равно ...

1) 3 2) 5 3) 7 4) 9

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4x^2 + 7x + 4$ и $y = -2x^2 - 5x + 4$, равна ...

1) 6 **2**) 7 **3**) 8 **4**) 9

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{c^{-\frac{3}{2}}}{c^2 \cdot c^{\frac{1}{3}}} : \dfrac{\sqrt[3]{c^2}}{\frac{1}{\sqrt{c}}}$ ...

1) c^{-2} 2) $c^{4/3}$ 3) c^{-5} 4) c^{-4}

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (4 + \sqrt{5})x - 3 = 0$, то значение $x_1(x_2 + 1) + x_2$ равно ...

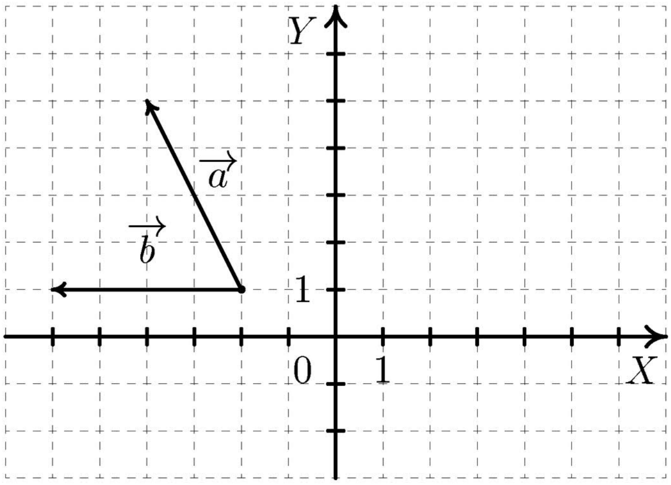
1) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **2**) $-\dfrac{7}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **3**) $-\dfrac{7}{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **4**) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

А6. Если прямая $y = 3x - 6$ касается графика функции $y = 2x^2 + 7x + c$, то значение c равно ...

1) -1 **2**) -2 **3**) -3 **4**) -4

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $2\sqrt{13}$ **2**) 10 **3**) $2\sqrt{5}+4$ **4**) $\sqrt{55}$



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \cos\dfrac{x}{2}$ убывает на промежутке ...

1) $(-\pi;\pi)$ **2**) $(0;2\pi)$ **3**) $(\pi;3\pi)$ **4**) $(-2\pi;0)$

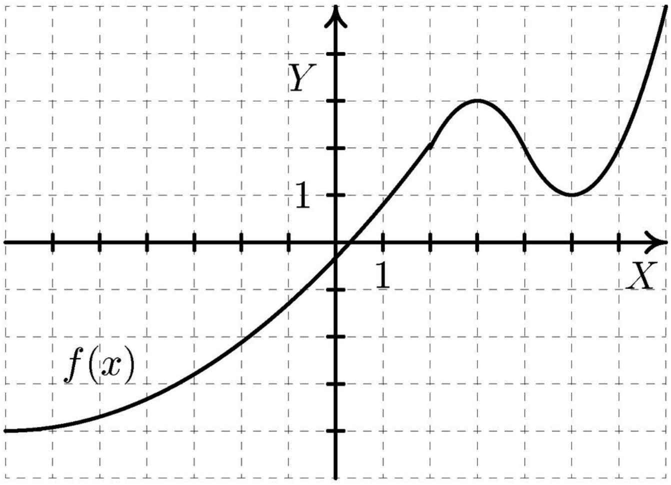
A9. Если $\operatorname{ctg}\alpha = 3$, то значение $\dfrac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ равно ...

1) $9/4$ 2) $11/4$ 3) 0 4) $5/2$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-4f(x) + \dfrac{5x-2}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 2

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка K лежит на биссектрисе угла A, а точки F и T – на сторонах угла. Докажите, что TF перпендикулярно AK, если $\angle AKF = \angle AKT$.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

A1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{4x+3}$. Значение $y'(1)$ равно ...

1) $1/7$ **2**) $1/49$ **3**) $4/7$ **4**) 0

A2. Образующая конуса имеет длину 4 и составляет с плоскостью основания угол $45°$. Объем конуса равен ...

1) $\dfrac{16\pi\sqrt{2}}{3}$ 2) $\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ 3) $8\pi\sqrt{2}$ 4) 24

A3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 4x + 2$ и $y = 2x - 6$, равна ...

1) $1\frac{2}{3}$ **2**) $2\frac{1}{3}$ **3**) $2\frac{2}{3}$ **4**) $1\frac{1}{3}$

A4. Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{x^3+125}{x+5} - 5x\right) \cdot \dfrac{x^2+10x+25}{x^2-25}$ ...

1) $x^2 - 10x + 25$ 2) $x^2 - 25$ 3) $x^2 - 5x + 25$ 4) $x - 5$

A5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (5 - 2\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

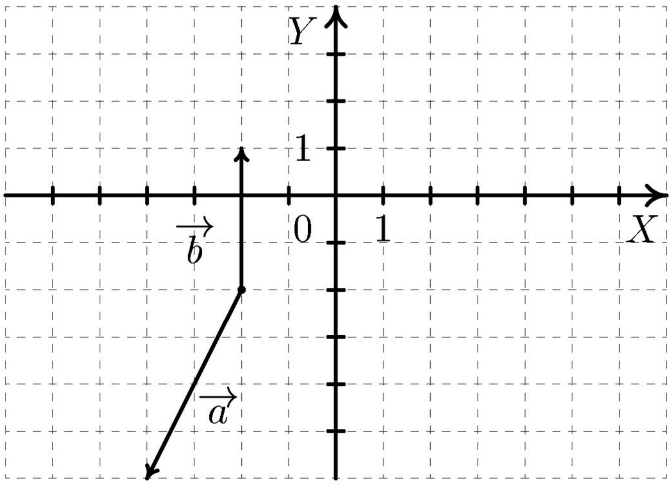
1) $2 - \sqrt{3}$ **2**) $-3 + \sqrt{3}$ **3**) $-3 - \sqrt{3}$ **4**) $-2 + \sqrt{3}$

A6. Если касательная к графику функции $y = ax - 3 + \ln(2x+1)$, проведенная в точке с абсциссой $x_0 = 0$, имеет угол наклона $\dfrac{\pi}{4}$, то значение a равно ...

1) 1 **2**) 0 **3**) -1 **4**) -2

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ равна ...

1) $2,5$ **2**) $\sqrt{5}$ **3**) 3 **4**) $3+2\sqrt{5}$



A8. Показательная функция $f(x)=a^{x-b}$ убывает на области определения, если ...

1) $0<b<1$ **2**) $a>1$ **3**) $b>1$ **4**) $0<a<1$

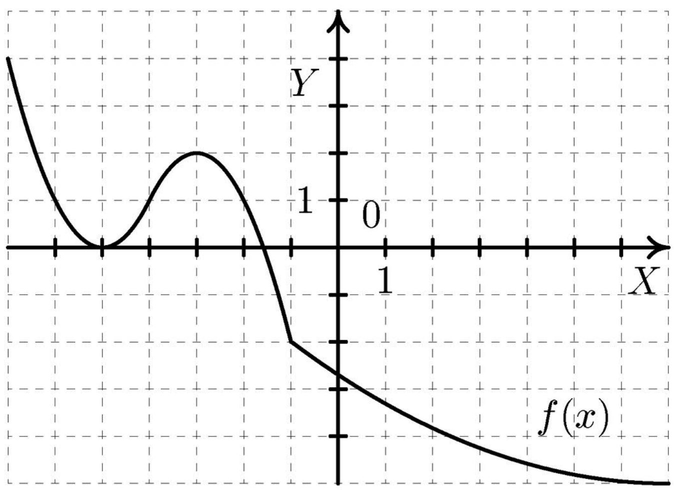
A9. Если $\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$, $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$, то значение $\sin 2\alpha$ равно ...

1) $\dfrac{\sqrt{15}}{8}$ 2) $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ 3) $\dfrac{1}{8}$ 4) $\dfrac{1}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(3f(x)+\dfrac{5x+1}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=-2$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y=f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 3

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что $AO = 8$, $AC = 14$, $BO = 4$, $OD = 12$. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*
А1. Дана функция $y = (-5x - 6) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $5\pi + 6$ **2**) $-5\pi - 6$ **3**) 30 **4**) $\pi/2$

А2. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Если $AB = 16$ см, $BC = 17$ см, $AD = 4$ см, то длина отрезка CD равна ...

1) 8 2) $7,5$ 3) 7 4) $6,5$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 - 3x - 1$ и $y = 5x - 7$, равна ...

1) $2\frac{1}{3}$ **2**) $3\frac{2}{3}$ **3**) $2\frac{2}{3}$ **4**) $3\frac{1}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[3]{x^7y^3} \cdot \left(\frac{x^2}{y^9}\right)^{\frac{1}{3}}$ ...

1) $x^{\frac{5}{3}}y^{-2}$ 2) x^3y^{-2} 3) $x^{\frac{5}{3}}y^4$ 4) x^3y^4

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (2 - \sqrt{3})x - 3 = 0$, то значение $x_2(x_1 + 1) + x_1$ равно ...

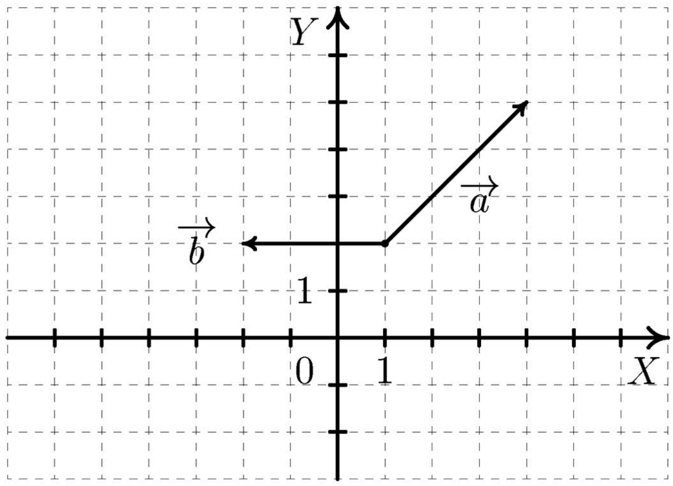
1) $-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ **2**) $-\frac{5}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ **3**) $-\frac{5}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ **4**) $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

А6. Касательная к графику функции $y = x\sqrt{-2x + 3}$ в точке $x_0 = 0$ образует с осью OX угол ...

1) $30°$ **2**) $45°$ **3**) $60°$ **4**) $90°$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ равна ...

1) $4,5$ **2**) $3\sqrt{2}+3$ **3**) 3 **4**) $3\sqrt{2}$



A8. Степенная функция $f(x)=(b-x)^a$ убывает на $(-\infty;b)$, если ...

1) $b>0$ **2**) $a<0$ **3**) $b<0$ **4**) $a>0$

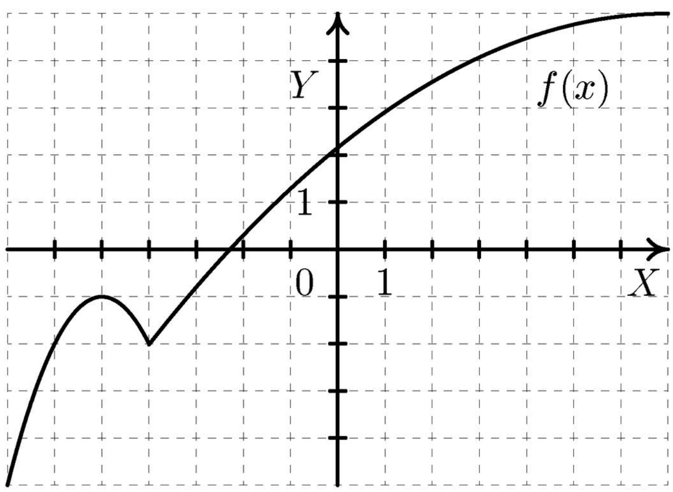
A9. Значение выражения $\dfrac{\sin 27^\circ \cos 63^\circ + \cos 27^\circ \sin 63^\circ}{\cos 88^\circ \cos 43^\circ + \sin 88^\circ \sin 43^\circ}$ равно ...

1) $\sqrt{2}$ 2) $-\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{3}$ 4) $-\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(-2f(x)+\dfrac{2x^2+4x-6}{x-1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y=f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 4

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка H – середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что площадь четырехугольника $ABCH$ в 3 раза больше площади треугольника ADH.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{2x-1}$. Значение $y'(1)$ равно ...

1) -1 **2**) 2 **3**) 1 **4**) 0

А2. Образующая конуса имеет длину 5 и составляет с плоскостью основания угол $60°$. Объем конуса равен ...

1) $\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{24}$ 2) $\dfrac{125\pi\sqrt{3}}{24}$ 3) $\dfrac{125\pi\sqrt{3}}{16}$ 4) 28

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 5x + 1$ и $y = -x - 2$, равна ...

1) $1\dfrac{2}{3}$ **2**) $1\dfrac{1}{3}$ **3**) $2\dfrac{1}{3}$ **4**) $2\dfrac{2}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{x-9}{x-10} - \dfrac{x-10}{x-9}\right) : \dfrac{2x-19}{2x-18}$ ...

1) $\dfrac{x-10}{x-9}$ 2) $\dfrac{2}{x-10}$ 3) $\dfrac{1}{x-9}$ 4) $\dfrac{2}{x-9}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (4 + 3\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

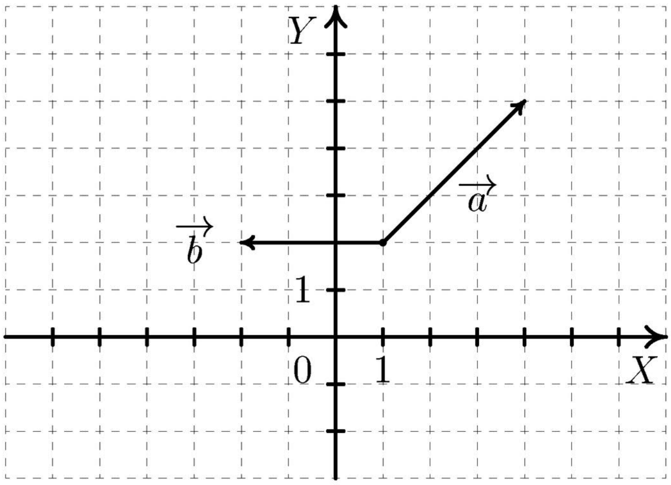
1) $-\dfrac{5}{2} - \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **2**) $\dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **3**) $-\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **4**) $-\dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = ax^2 + 4x - 5$, проведенная в точке $x_0 = -2$, параллельна прямой $y = -4x$, то значение a равно ...

1) 1 **2**) 2 **3**) 3 **4**) 4

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 5 **2**) -5 **3**) -9 **4**) 9



A8. Степенная функция $f(x) = (x-b)^a$ возрастает на $(b;+\infty)$, если ...

1) $a > 0$ **2**) $b > 0$ **3**) $a < 0$ **4**) $b < 0$

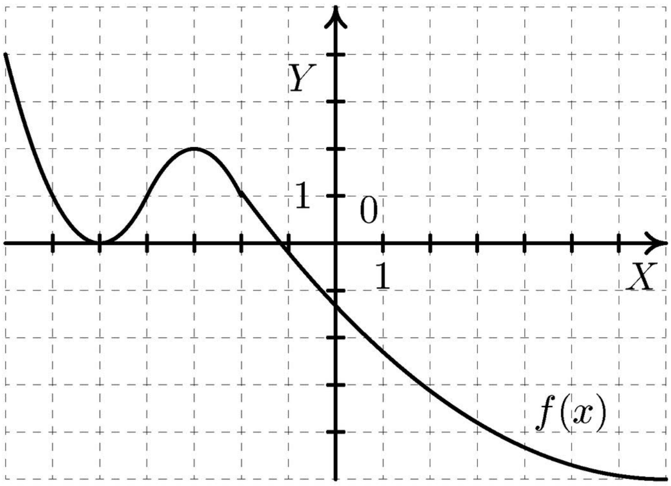
A9. Значение выражения $6(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + 8$ при $\alpha = \dfrac{\pi}{8}$ равно ...

1) $14 - 3\sqrt{2}$ 2) $14 + 3\sqrt{2}$ 3) 17 4) $14 + 3\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to1}\left(-4f(x) + \dfrac{5x^2+4x-9}{x-1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 3$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 5

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки RL и YX пересекаются так, что $RY = LX$ и $RX = LY$. Докажите, что прямая RX параллельна прямой LY.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (-2x-7)\cdot\sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $-2\pi - 7$ **2)** 14 **3)** $2\pi + 7$ **4)** $\pi/2$

А2. Диагонали трех граней прямоугольного параллелепипеда, сходящиеся в одной вершине, равны 6,7,9. Диагональ параллелепипеда равна ...

1) 9 2) $\sqrt{83}$ 3) $\sqrt{85}$ 4) $\sqrt{87}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 3x + 1$ и $y = x - 2$, равна ...

1) $1\frac{2}{3}$ **2)** $2\frac{1}{3}$ **3)** $2\frac{2}{3}$ **4)** $1\frac{1}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{\sqrt{x^9} - 2y^{-3/2}}{\sqrt{x^9y^{-3/2}} - \sqrt{2x^{9/2}}y^{-3/2}}$ ...

1) $x^{-9/4} + \sqrt{2y^{3/2}}$ 2) $y^{-3/4} - \sqrt{2x^{9/2}}$

3) $y^{3/4} + \sqrt{2x^{-9/2}}$ 4) $x^{9/4} - \sqrt{2y^{-3/2}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (4 + 2\sqrt{3})x - 2 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

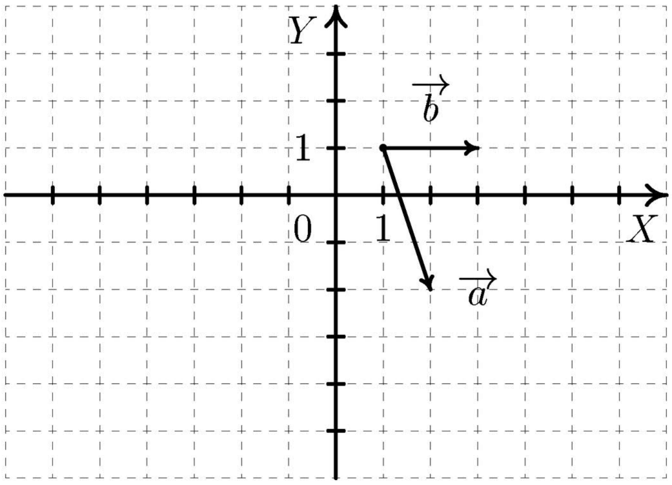
1) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **2)** $-2 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **3)** $-\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **4)** $-2 - \frac{2}{3}\sqrt{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = ax + 2 + \ln(3x-4)$, проведенная в точке с абсциссой $x_0 = 1$, имеет угол наклона $\frac{\pi}{4}$, то значение a равно ...

1) 1 **2)** 2 **3)** 3 **4)** 4

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 2 **2**) -2 **3**) 4 **4**) -4



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(b - x)$ возрастает на области определения, если ...

1) $0 < b < 1$ **2**) $a > 1$ **3**) $0 < a < 1$ **4**) $b > 1$

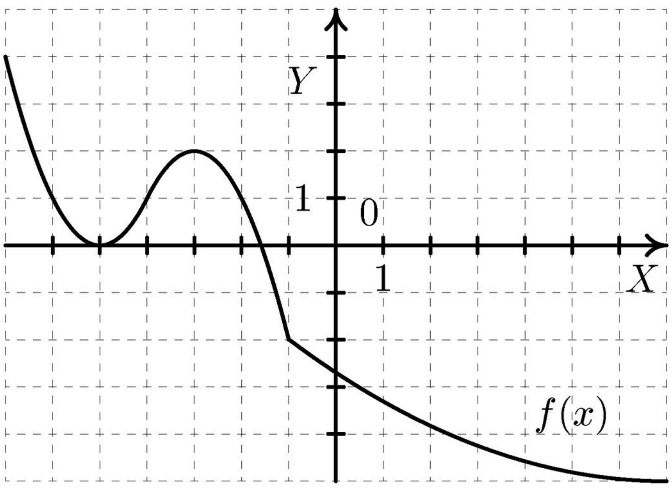
A9. Если $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$, $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, то значение $\sin 2\alpha$ равно ...

1) $\dfrac{2\sqrt{8}}{9}$ 2) $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$ 3) $\dfrac{2}{9}$ 4) $\dfrac{2}{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(3f(x) + \dfrac{2x^2 + 4x - 6}{x - 1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 6

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На продолжении медианы MK треугольника MHP за точку K отмечена точка S так, что $MK = KS$. Докажите, что треугольники MKH и SKP равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{3x+4}{\sqrt{x+2}}$. Значение $y'(-1)$ равно ...

1) $2,5$ **2**) 3 **3**) $3,5$ **4**) 0

А2. Расстояния от точки А до вершин квадрата равны 5, сторона квадрата равна 2. Расстояние от точки А до плоскости квадрата равно ...

1) $\sqrt{23}$ 2) $\sqrt{23}/2$ 3) $\sqrt{21}/2$ 4) $\sqrt{21}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 - x + 1$ и $y = 7x - 5$, равна ...

1) $2\frac{2}{3}$ **2**) $2\frac{1}{3}$ **3**) $3\frac{2}{3}$ **4**) $3\frac{1}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[4]{x^2y^8} : \left(\dfrac{x^4}{y^5}\right)^{\frac{1}{2}}$ ...

1) $x^{-\frac{3}{2}}y^{\frac{9}{2}}$ 2) $x^{-\frac{3}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$ 3) $x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{9}{2}}$ 4) $x^{\frac{5}{2}}y^{-\frac{1}{2}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (-5 + 4\sqrt{2})x - 1 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

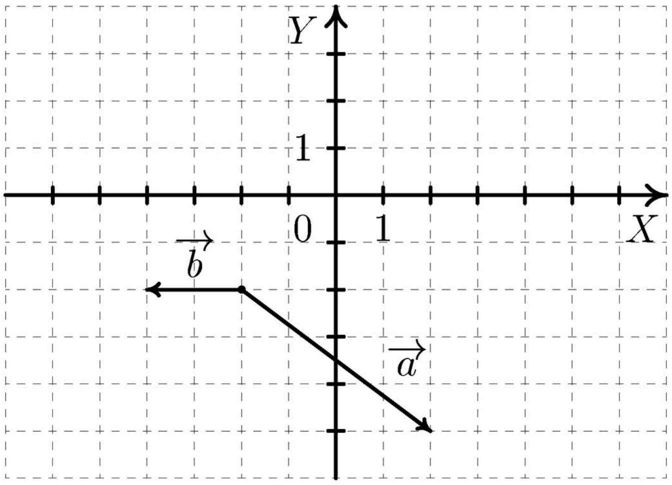
1) $2 - 2\sqrt{2}$ **2**) $-3 + 2\sqrt{2}$ **3**) $2 + 2\sqrt{2}$ **4**) $3 - 2\sqrt{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = \sqrt{ax - 5}$, проведенная в точке $x_0 = 4$, проходит через начало координат, то значение a равно ...

1) $\frac{5}{2}$ **2**) $\frac{5}{4}$ **3**) $\frac{3}{2}$ **4**) $\frac{3}{4}$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $\sqrt{13}$ **2**) 5 **3**) 7 **4**) $\sqrt{14}$



A8. Показательная функция $f(x) = a^{b-x}$ возрастает на области определения, если ...

1) $0 < b < 1$ **2**) $a > 1$ **3**) $b > 1$ **4**) $0 < a < 1$

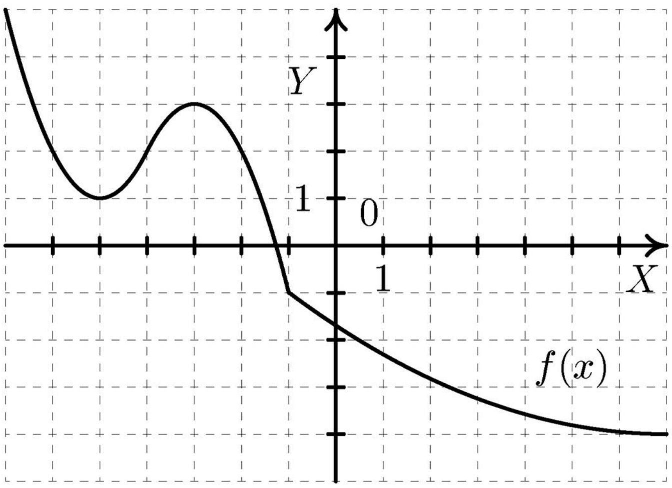
A9. Если $\alpha = 14°$, $\beta = 31°$, то значение выражения $\cos(\alpha - \beta) - 2\sin\alpha\sin\beta$ равно ...

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $-\frac{1}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x \to -2}\left(2f(x) + \dfrac{x^2 + x - 2}{x + 2}\right)$, если $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 7

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки MK и RT при пересечении делятся пополам точкой O. Докажите, что прямые MR и KT параллельны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+5} \cdot \ln 4x$. Значение $y'(1/4)$ равно ...

1) $8\sqrt{21}$ **2)** $1/9$ **3)** $2\sqrt{21}$ **4)** 0

А2. Радиус шара равен 9 см, а расстояние от его центра до секущей плоскости равно 4 см. Площадь сечения равна ...

1) 81π 2) 16π 3) 65π 4) 13π

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -3x^2 - x - 2$ и $y = -4x^2 + 3x - 5$, равна ...

1) 1 **2)** $\dfrac{4}{3}$ **3)** $\dfrac{5}{3}$ **4)** 2

А4. Результат упрощения $\left(\dfrac{(x+1)(x+9)}{x^2-2x-3} - \dfrac{x-9}{x-3}\right) : \dfrac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ ...

1) $\dfrac{18}{x+3}$ 2) $\dfrac{x+3}{x-3}$ 3) $\dfrac{x-3}{x+3}$ 4) $\dfrac{18}{x-3}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $5x^2 + (3 - 3\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $(x_2+1)x_1 + x_2$ равно ...

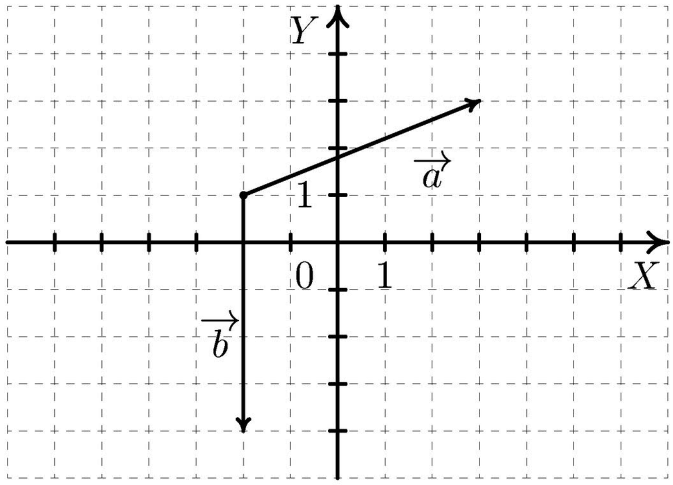
1) $-\dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5}\sqrt{3}$ **2)** $\dfrac{2}{5} - \dfrac{3}{5}\sqrt{3}$ **3)** $-\dfrac{4}{5} - \dfrac{3}{5}\sqrt{3}$ **4)** $-\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5}\sqrt{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = (x-4) \cdot e^x$ параллельна оси OX, то ее уравнение ...

1) $y = e^3$ **2)** $y = -e^4$ **3)** $y = e^4$ **4)** $y = -e^3$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна …

1) $\sqrt{29}+5$ **2)** $\sqrt{34}$ **3)** 8 **4)** $6,2$



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \sin\dfrac{x}{2}$ возрастает на промежутке …

1) $(-\pi;\pi)$ **2)** $(0;2\pi)$ **3)** $(\pi;3\pi)$ **4)** $(-2\pi;0)$

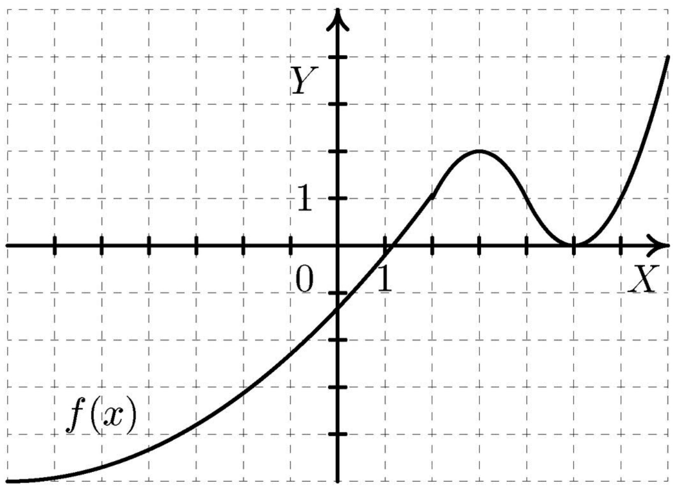
A9. Если $\alpha = 121°$, $\beta = 61°$, то значение выражения $\sin(\alpha+\beta) - 2\cos\alpha\sin\beta$ равно …

1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\dfrac{1}{2}$ 3) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 4) $-\dfrac{1}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \dfrac{3x+2}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 8

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K и L так, что прямая KL проходит через точку пересечения диагоналей. Докажите, что $AK = LC$.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+5} \cdot \ln 3x$. Значение $y'(1/3)$ равно ...

1) $4\sqrt{3}$ **2**) $12\sqrt{3}$ **3**) $1/7$ **4**) 0

А2. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Если $AB = 9$ см, $BC = 15$ см, $AD = 5$ см, то длина отрезка CD равна ...

1) $14,5$ 2) 14 3) $13,5$ 4) 13

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 4x - 3$ и $y = -3x^2 + 4x + 1$, равна ...

1) $\frac{13}{3}$ **2**) $\frac{14}{3}$ **3**) 5 **4**) $\frac{16}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\left(\frac{x^3-8}{x-2} + 2x\right) \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ ...

1) $x^2 - 4$ 2) $x^2 + 4x + 4$ 3) $x + 2$ 4) $x^2 + 4$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (3 + 3\sqrt{3})x - 2 = 0$, то значение $x_2 + x_1(x_2 + 1)$ равно ...

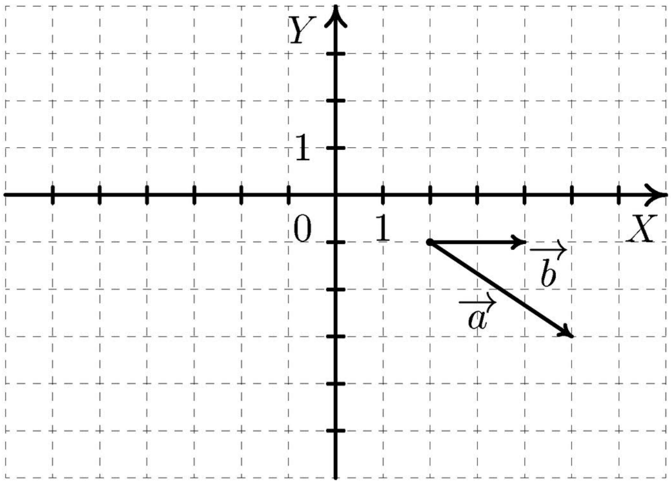
1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **2**) $-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **3**) $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **4**) $-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$

А6. Уравнение касательной к графику функции $y = 5x - 9 - \frac{1}{x}$, проведенной в точке с абсциссой $x = -1$, имеет вид ...

1) $y = -6x - 7$ **2**) $y = 6x - 7$ **3**) $y = 6x + 7$ **4**) $y = -6x + 7$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) 7 **2**) $6,3$ **3**) $\sqrt{29}$ **4**) $\sqrt{13}+2$



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \cos 2x$ убывает на промежутке ...

1) $(-\pi/2; \pi/2)$ **2**) $(-\pi/4; \pi/4)$ **3**) $(0; \pi)$ **4**) $(0; \pi/2)$

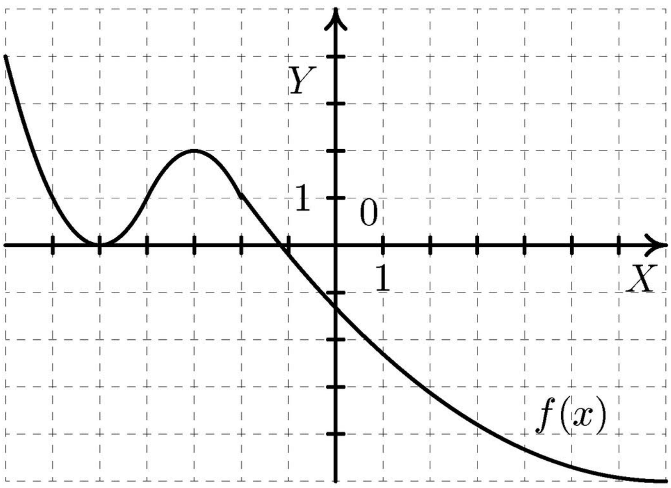
A9. Если $\operatorname{tg}\alpha = 2$, то значение $\dfrac{5\sin\alpha + 4\cos\alpha}{3\sin\alpha + 3\cos\alpha}$ равно ...

1) $13/9$ 2) 0 3) $14/9$ 4) $3/2$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-3f(x) + \dfrac{5x-2}{x+4}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 9

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На диагонали NJ ромба $NYJP$ отмечена точка E. Докажите, что треугольники NYE и NPE равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (3x + 8) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $3\pi + 8$ **2)** 24 **3)** $\pi/2$ **4)** $-3\pi - 8$

А2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 8 см, а боковое ребро – 5 см. Площадь боковой поверхности пирамиды равна ...

1) 24 2) $12\sqrt{3}$ 3) $20\sqrt{2}$ 4) 36

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -2x^2 + x - 6$ и $y = -3x^2 + 2x - 4$, равна ...

1) $4,5$ **2)** $5,5$ **3)** $6,5$ **4)** $7,5$

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[6]{x^3y^{-2}} : \left(\dfrac{x^{-3}}{y^4}\right)^{\frac{1}{3}}$ ...

1) $x^{\frac{3}{2}}y^{-\frac{5}{3}}$ 2) $x^{\frac{3}{2}}y$ 3) $x^{-\frac{1}{2}}y$ 4) $x^{-\frac{1}{2}}y^{-\frac{5}{3}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (-1 - 4\sqrt{2})x - 1 = 0$, то значение $(x_2 + 1)x_1 + x_2$ равно ...

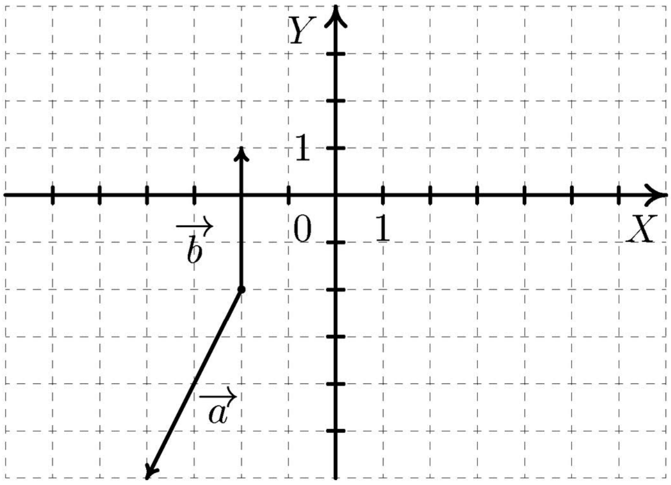
1) $\sqrt{2}$ **2)** $-\dfrac{1}{2} - \sqrt{2}$ **3)** $-\sqrt{2}$ **4)** $\dfrac{1}{2} + \sqrt{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = (x - 3) \cdot e^x$ параллельна оси OX, то ее уравнение ...

1) $y = e^2$ **2)** $y = -e^3$ **3)** $y = -e^2$ **4)** $y = e^3$

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 12 **2**) -12 **3**) -10 **4**) 10



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \sin 2x$ возрастает на промежутке ...

1) $(-\pi/2; \pi/2)$ **2**) $(0; \pi)$ **3**) $(-\pi/4; \pi/4)$ **4**) $(0; \pi/2)$

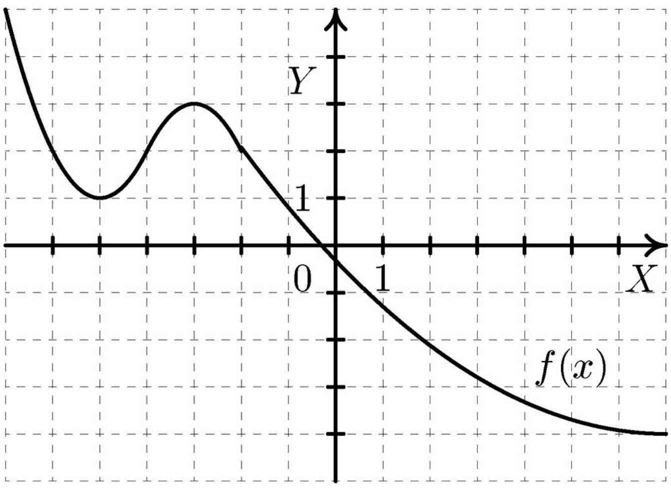
A9. Значение выражения $\sin\dfrac{11\pi}{3} + \operatorname{ctg}\dfrac{19\pi}{4}$ равно ...

1) $\dfrac{\sqrt{2}-2}{2}$ 2) $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$ 3) $\dfrac{-\sqrt{3}-2}{2}$ 4) $\dfrac{-\sqrt{3}+2}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to-1}\left(2f(x) + \dfrac{2x^2+4x+2}{x+1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = 2$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 10

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что треугольник AOB равен треугольнику DOC. Докажите, что треугольники ABD и DCA равны.

Часть A. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

A1. Дана функция $y = \dfrac{5x+1}{\sqrt{x-3}}$. Значение $y'(7)$ равно ...

1) $5/2$ **2)** $39/8$ **3)** 0 **4)** $1/4$

A2. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Если $AC = 12$ см, $BD = 6$ см, $CD = 12$ см, то длина отрезка AB равна ...

1) 18 2) 17 3) 16 4) 15

A3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4x^2 - 4x + 3$ и $y = 2x^2 - 4x + 5$, равна ...

1) $\dfrac{7}{3}$ **2)** $\dfrac{8}{3}$ **3)** 3 **4)** $\dfrac{10}{3}$

A4. Результат упрощения выражения $\dfrac{b^2}{b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{b^2}} : \left(\dfrac{1}{b^{\frac{5}{3}}}\right)^{-2}$ ...

1) $b^{13/3}$ 2) $b^{-7/3}$ 3) b^{-1} 4) $b^{-5/3}$

A5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (-4+\sqrt{2})x - 3 = 0$, то значение $x_1 + x_2(x_1+1)$ равно ...

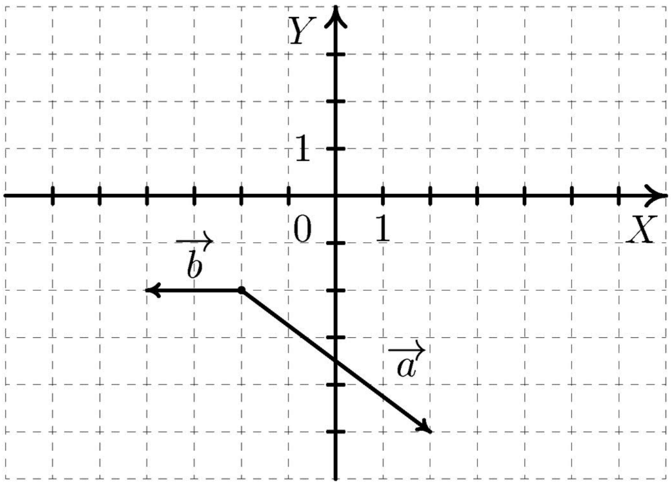
1) $-\dfrac{7}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **2)** $\dfrac{1}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **3)** $\dfrac{1}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **4)** $\dfrac{7}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

A6. Если прямая $y = -4x + 8$ касается графика функции $y = x^2 - 6x + c$, то значение c равно ...

1) 7 **2)** 8 **3)** 9 **4)** 10

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) -8 **2**) 8 **3**) -6 **4**) 6



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(x - b)$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2**) $b > 1$ **3**) $0 < a < 1$ **4**) $0 < b < 1$

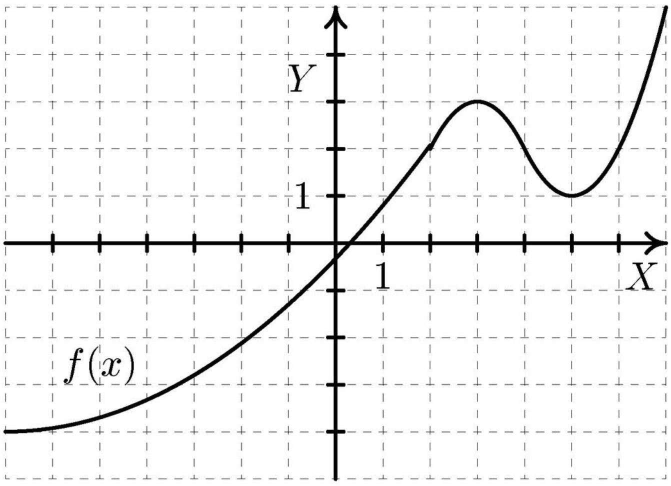
A9. Значение выражения $2(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + 2$ при $\alpha = \dfrac{\pi}{12}$ равно ...

1) 5 2) $4 - \sqrt{2}$ 3) 3 4) $4 - \sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2f(x) + \dfrac{5x+3}{x+3}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 11

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

В треугольнике ABC точки K, L и M являются серединами сторон AB, BC и AC соответственно. Докажите, что $KLCM$ – параллелограмм.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{5x+4}$. Значение $y'(1)$ равно ...

1) 1/81 **2**) 1/9 **3**) 5/9 **4**) 0

А2. Длина образующей конуса равна 10, а длина окружности основания 12π. Объем конуса равен ...

1) 144π 2) 192π 3) 302 4) 96π

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -4x^2 - 2x - 3$ и $y = -5x^2 + x - 3$, равна ...

1) 4 **2**) 4,5 **3**) 5 **4**) 5,5

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[6]{x^9y^4} \cdot \left(\dfrac{x^{-3}}{y^8}\right)^{\frac{1}{3}}$ ...

1) $x^{\frac{1}{2}}y^{-2}$ 2) $x^{\frac{5}{2}}y^{-2}$ 3) $x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{10}{3}}$ 4) $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{10}{3}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (-4 + 3\sqrt{2})x - 1 = 0$, то значение $x_2 + x_1(1 + x_2)$ равно ...

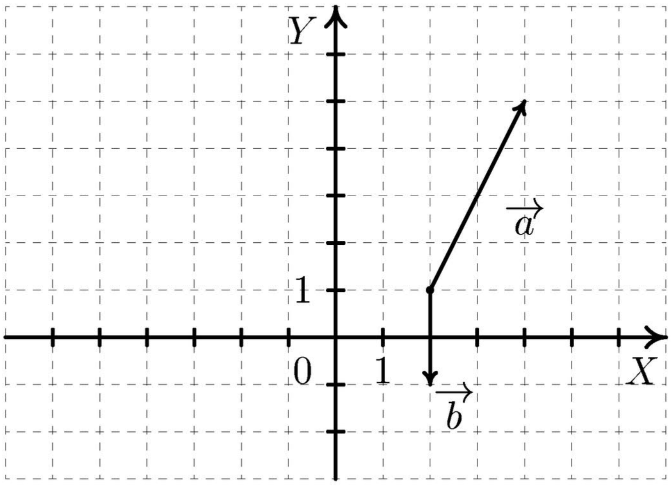
1) $-\dfrac{5}{4} + \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **2**) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **3**) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **4**) $\dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = 2x - 5 + \ln(2x+4)$, проведенная в точке с абсциссой x_0, имеет угол наклона $\dfrac{\pi}{4}$, то значение x_0 равно ...

1) -3 **2**) -2 **3**) -1 **4**) 0

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $3\sqrt{2}$ **2**) $2\sqrt{5}+2$ **3**) 4 **4**) $2\sqrt{2}$



A8. Степенная функция $f(x) = (b - x)^a$ возрастает на $(-\infty; b)$, если ...

1) $a > 0$ **2**) $b > 0$ **3**) $a < 0$ **4**) $b < 0$

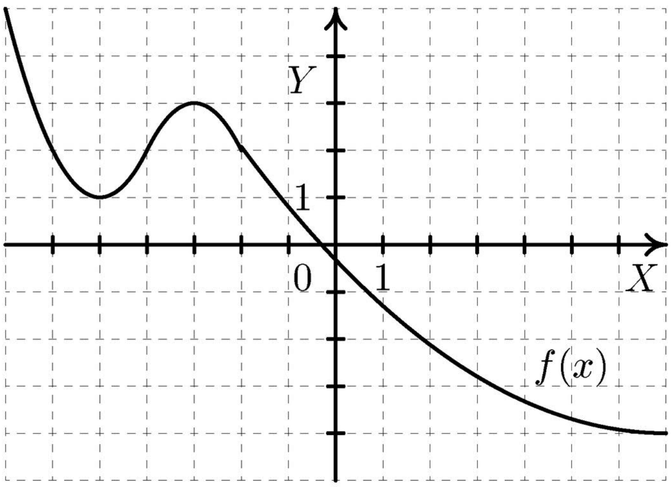
A9. Если $\sin\alpha = -\dfrac{2}{3}$, $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$, то значение $\operatorname{tg}\alpha$ равно ...

1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ 2) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ 3) $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ 4) $0,89$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(2f(x) + \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 12

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка K лежит на биссектрисе угла A, а точки F и T – на сторонах угла. Докажите, что TF перпендикулярно AK, если $\angle AKF = \angle AKT$.

Часть A. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

A1. Дана функция $y = \dfrac{6x-3}{\sqrt{x-2}}$. Значение $y'(3)$ равно ...

1) 6 **2)** $-1,5$ **3)** $13,5$ **4)** 0

A2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 4 см и 8 см. Если проекция первой наклонной равна 1 см, то проекция второй равна ...

1) 7 2) 6 3) 5 4) 2

A3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 2x + 1$ и $y = 8x - 7$, равна ...

1) $1\frac{1}{3}$ **2)** $1\frac{2}{3}$ **3)** $2\frac{1}{3}$ **4)** $2\frac{2}{3}$

A4. Результат упрощения выражения $\dfrac{a^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}} : \left(\dfrac{a^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{\sqrt{a}}}\right)^{-1}$ ...

1) $a^{-19/6}$ 2) $a^{1/6}$ 3) $a^{-5/6}$ 4) $a^{-11/6}$

A5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $6x^2 + (-3 + 2\sqrt{2})x - 2 = 0$, то значение $(x_1 + 1)x_2 + x_1$ равно ...

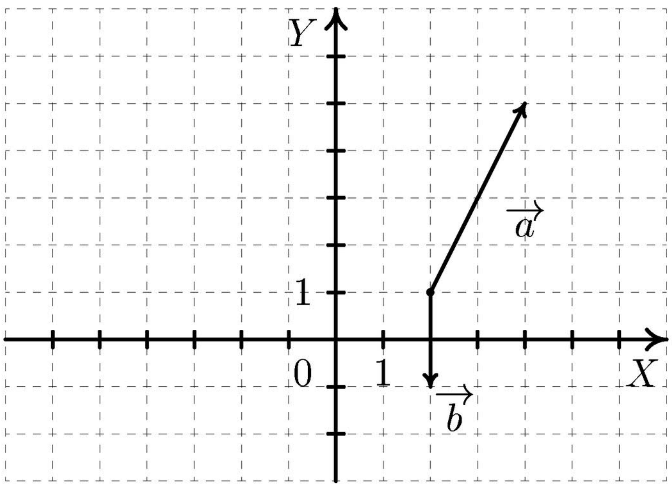
1) $-\dfrac{5}{6} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **2)** $\dfrac{1}{6} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **3)** $\dfrac{5}{6} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **4)** $\dfrac{1}{6} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

A6. Если касательная к графику функции $y = 5x^2 - 2x - 4$, проведенная в точке с абсциссой x_0, параллельна прямой $y = 8x$, то значение x_0 равно ...

1) 1 **2)** -1 **3)** 2 **4)** -2

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 7 **2**) -7 **3**) 8 **4**) -8



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(x-b)$ возрастает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2**) $b > 1$ **3**) $a > 0$ **4**) $b > 0$

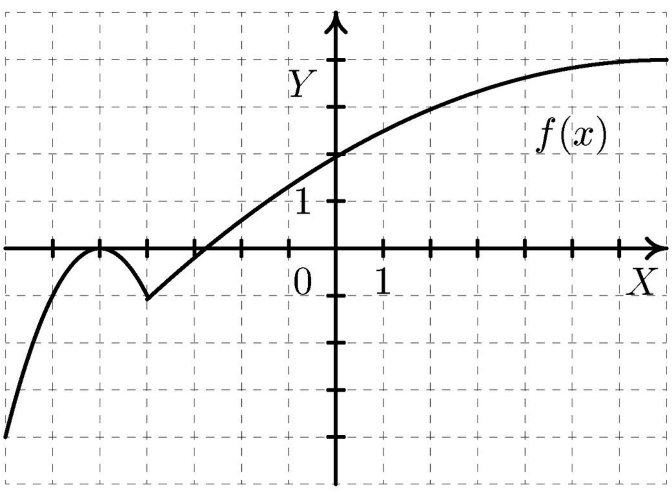
A9. Если $\sin\alpha = \dfrac{5}{8}$, $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то значение $\cos\alpha$ равно ...

1) $-\dfrac{\sqrt{39}}{8}$ 2) $\dfrac{\sqrt{39}}{8}$ 3) $-\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ 4) $-0,78$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -1}\left(-3f(x) + \dfrac{5x^2 - x - 6}{x+1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = -2$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 13

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что $AO = 8$, $AC = 14$, $BO = 4$, $OD = 12$. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+1} \cdot \ln 4x$. Значение $y'(1/4)$ равно ...

1) $8\sqrt{5}$ **2**) $2\sqrt{5}$ **3**) $1/4$ **4**) 0

А2. Радиус шара равен 5 см, а расстояние от его центра до секущей плоскости равно 2 см. Площадь сечения равна ...

1) 25π 2) 4π 3) 7π 4) 21π

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -x^2 - 5x + 6$ и $y = -3x^2 + 3x$, равна ...

1) $\dfrac{5}{3}$ **2**) 2 **3**) $\dfrac{7}{3}$ **4**) $\dfrac{8}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{b^2}{b^{-3} \cdot \sqrt{b}} : \left(\dfrac{1}{b^{\frac{1}{3}}}\right)^{-2}$ ...

1) $b^{23/6}$ 2) $b^{31/6}$ 3) $b^{29/6}$ 4) $b^{-13/6}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (-1 - 3\sqrt{5})x - 1 = 0$, то значение $x_1 + x_2(x_1 + 1)$ равно ...

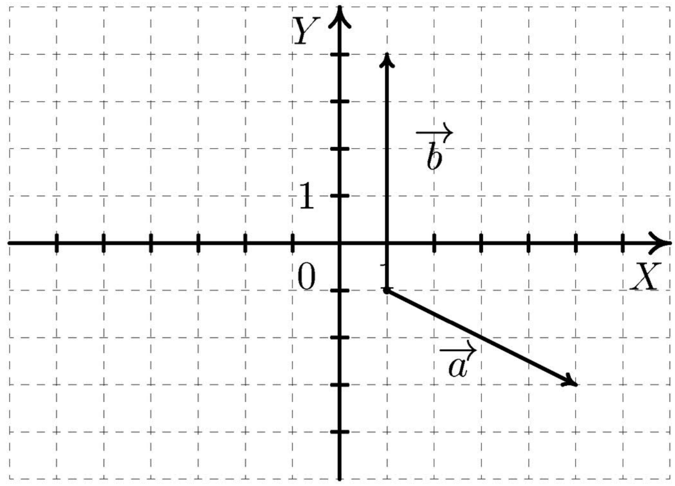
1) $-\dfrac{2}{3} - \sqrt{5}$ **2**) $\sqrt{5}$ **3**) $-\sqrt{5}$ **4**) $\dfrac{2}{3} + \sqrt{5}$

А6. Если касательная к графику функции $y = \sqrt{2x + b}$, проведенная в точке $x_0 = 4$, проходит через начало координат, то значение b равно ...

1) -1 **2**) -2 **3**) -4 **4**) -8

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $\sqrt{29}$ **2**) 7 **3**) $5 + 2\sqrt{5}$ **4**) 5



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \sin x$ ...

1) возрастает на $(-\pi/2; \pi/2)$ **2**) возрастает на $(0; \pi)$
3) убывает на $(-\pi/2; \pi/2)$ **4**) убывает на $(0; \pi)$

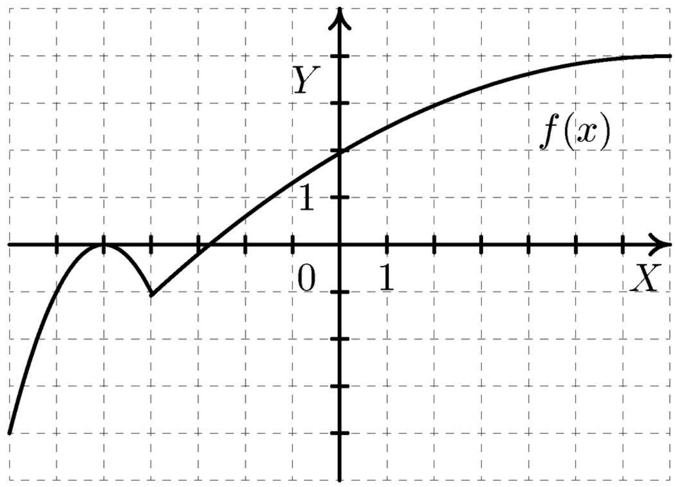
A9. Значение выражения $\dfrac{\sin 51^\circ \cos 219^\circ + \cos 51^\circ \sin 219^\circ}{\cos 176^\circ \cos 41^\circ + \sin 176^\circ \sin 41^\circ}$ равно ...

1) $-\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{3}$ 4) $-\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(-4f(x) + \dfrac{x^2+4x-5}{x-1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 14

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка H – середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что площадь четырехугольника $ABCH$ в 3 раза больше площади треугольника ADH.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{3x-1}$. Значение $y'(1)$ равно ...

1) $1/4$ **2)** $3/2$ **3)** 0 **4)** $1/2$

А2. Диагонали трех граней прямоугольного параллелепипеда, сходящиеся в одной вершине, равны 6,7,9. Линейные размеры параллелепипеда ...

1) $\sqrt{47},\ \sqrt{34},\ \sqrt{2}$ 2) $6,\ 5,\ 2$ 3) $7,\ 6,\ 2$ 4) $\sqrt{45},\ \sqrt{35}, \sqrt{3}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 - x - 3$ и $y = 7x - 9$, равна ...

1) $2\frac{1}{3}$ **2)** $2\frac{2}{3}$ **3)** $3\frac{2}{3}$ **4)** $3\frac{1}{3}$

А4. Результат упрощения $\left(\dfrac{(x+7)(x+1)}{x^2+6x-7} - \dfrac{x-4}{x-1}\right) : \dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ ...

1) $\dfrac{5}{x-1}$ 2) $\dfrac{5}{x+1}$ 3) $\dfrac{x-1}{x+1}$ 4) 1

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (2 - 2\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $x_1(x_2+1) + x_2$ равно ...

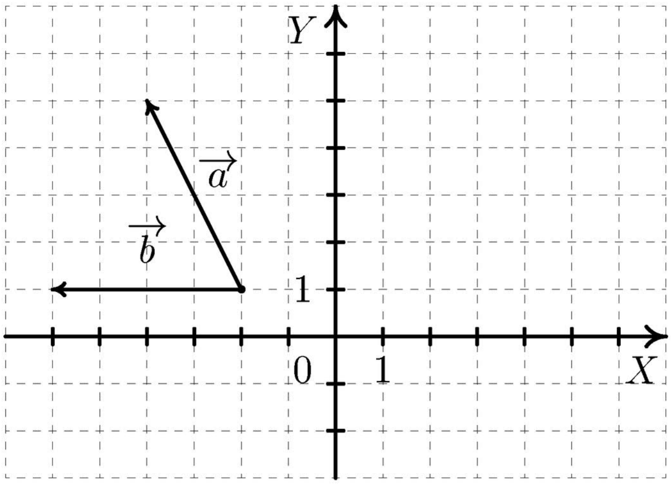
1) $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **2)** $-1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **3)** $-1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}$ **4)** $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}$

А6. Касательная к графику функции $y = x\sqrt{-5x+3}$ в точке $x_0 = 0$ образует с осью OX угол ...

1) 30° **2)** 45° **3)** 60° **4)** 90°

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 8 **2**) -8 **3**) 4 **4**) -4



A8. Показательная функция $f(x) = a^{x-b}$ возрастает на области определения, если ...

1) $a > 0$ **2**) $a > 1$ **3**) $b > 0$ **4**) $b > 1$

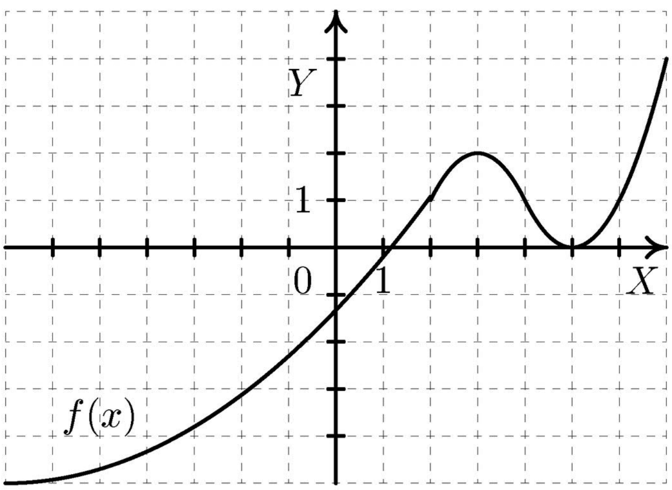
A9. Значение выражения $4\cos\alpha - 2\sin\alpha + 6\sin(\pi + \alpha) + 10\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$ равно ...

1) $\sqrt{3} + 2$ 2) $2\sqrt{3} - 3$ 3) $2\sqrt{3} + 1$ 4) $-3\sqrt{3} + 2$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \frac{3x+3}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 15

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки RL и YX пересекаются так, что $RY = LX$ и $RX = LY$. Докажите, что прямая RX параллельна прямой LY.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{3x+2}{\sqrt{x-4}}$. Значение $y'(8)$ равно ...

1) $3/2$ **2**) $25/8$ **3**) $-1/8$ **4**) 0

А2. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Если $AC = 18$ см, $BD = 12$ см, $CD = 4$ см, то длина отрезка AB равна ...

1) 23 2) 22 3) 21 4) 20

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4x^2 - 8x - 7$ и $y = 3x^2 - 5x - 3$, равна ...

1) $20\dfrac{5}{6}$ **2**) $21\dfrac{5}{6}$ **3**) $22\dfrac{5}{6}$ **4**) $23\dfrac{5}{6}$

А4. Значение выражения $\dfrac{16^{\frac{7}{6}}25^{\frac{4}{3}} - 16^{\frac{13}{6}}25^{\frac{1}{3}}}{16^{\frac{7}{6}}25^{\frac{4}{3}} + 16^{\frac{2}{3}}25^{\frac{11}{6}}}$ равно ...

1) $\dfrac{4}{25}$ 2) $\dfrac{4}{5}$ 3) $\dfrac{16}{5}$ 4) $\dfrac{16}{25}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (-4+\sqrt{5})x - 2 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

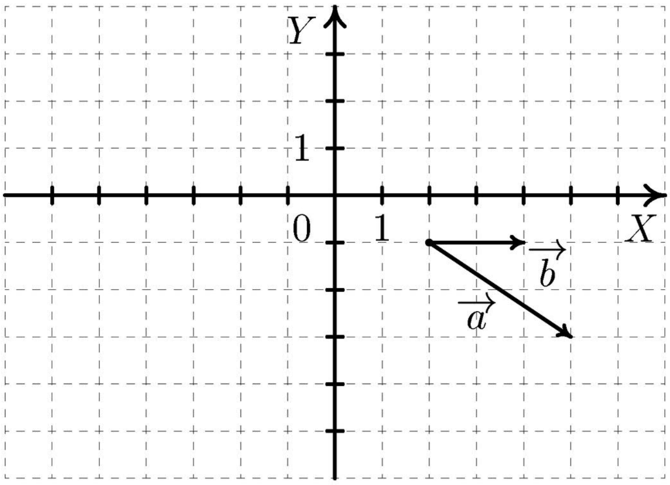
1) $-2 + \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **2**) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **3**) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **4**) $2 - \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

А6. Касательная к графику функции $y = x\sqrt{4x+1}$ в точке $x_0 = 0$ образует с осью OX угол ...

1) $30°$ **2**) $45°$ **3**) $60°$ **4**) $90°$

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) -3 **2**) 3 **3**) 6 **4**) -6



A8. Показательная функция $f(x) = a^{b-x}$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 0$ **2**) $a > 1$ **3**) $b > 0$ **4**) $b > 1$

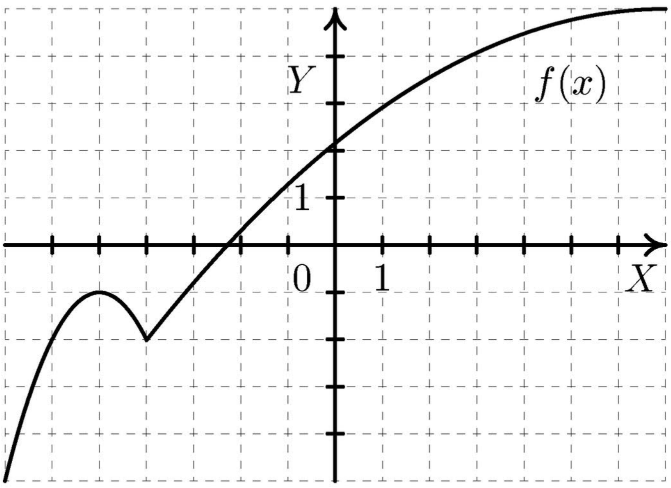
A9. Если $\sin\alpha + \cos\alpha = 1,1$, то значение $\sin 2\alpha$ равно ...

1) $0,11$ 2) $-0,89$ 3) $0,21$ 4) $-0,79$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -1}\left(3f(x) + \dfrac{4x^2+x-3}{x+1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 16

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На продолжении медианы MK треугольника MHP за точку K отмечена точка S так, что $MK = KS$. Докажите, что треугольники MKH и SKP равны.

Часть A. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

A1. Дана функция $y = \sqrt{x+9} \cdot \ln 3x$. Значение $y'(1/3)$ равно ...

1) $6\sqrt{21}$ **2**) $1/9$ **3**) 0 **4**) $2\sqrt{21}$

A2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 21 см и 23 см. Если проекция первой наклонной равна 9 см, то проекция второй равна ...

1) 15 2) 13 3) 11 4) 9

A3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 5x - 5$ и $y = 9x - 8$, равна ...

1) $1\frac{1}{3}$ **2**) $1\frac{2}{3}$ **3**) $2\frac{1}{3}$ **4**) $2\frac{2}{3}$

A4. Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{x+10}{x-9} - \dfrac{x-9}{x+10}\right) : \dfrac{2x+1}{2x+20}$ ...

1) $\dfrac{19}{x+10}$ 2) $\dfrac{x-9}{x+10}$ 3) $\dfrac{38}{x+10}$ 4) $\dfrac{38}{x-9}$

A5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (4 + 2\sqrt{5})x - 1 = 0$, то значение $(x_1 + 1)x_2 + x_1$ равно ...

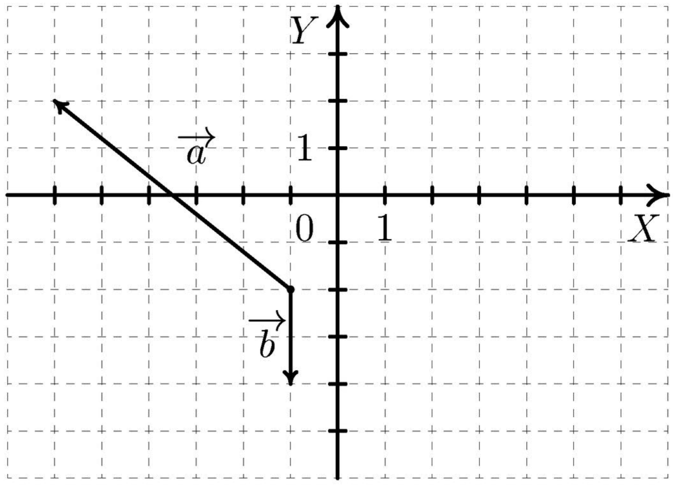
1) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **2**) $-\dfrac{5}{4} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **3**) $-\dfrac{3}{4} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **4**) $-\dfrac{5}{4} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

A6. Если касательная к графику функции $y = 4x^2 + bx + 3$, проведенная в точке $x_0 = 2$, параллельна прямой $y = 11x$, то значение b равно ...

1) -3 **2**) -5 **3**) -7 **4**) -9

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) 7 **2**) $\sqrt{29}$ **3**) $\sqrt{41} + 2$ **4**) 4, 4



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(b - x)$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2**) $a > 0$ **3**) $b > 0$ **4**) $b > 1$

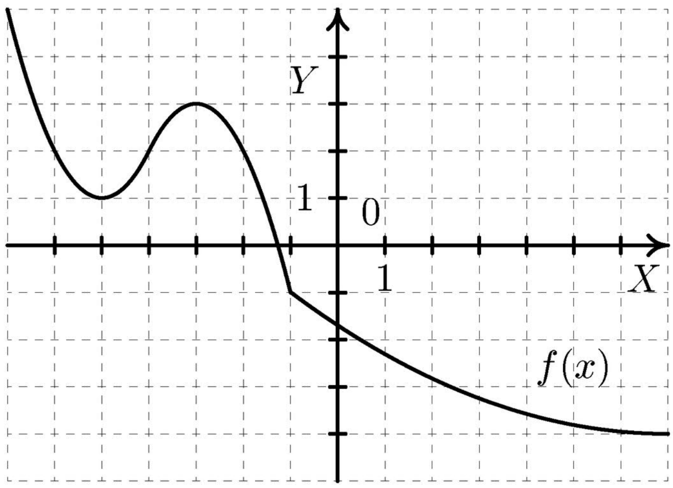
A9. Если $\sin\alpha + \cos\alpha = -1,2$, то значение $\sin 2\alpha$ равно ...

1) 0, 12 2) $-0,88$ 3) 0, 44 4) $-0,56$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \dfrac{2x+1}{x-2}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 17

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки MK и RT при пересечении делятся пополам точкой O. Докажите, что прямые MR и KT параллельны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{5x+4}$. Значение $y'(1)$ равно …

1) 1/81 **2**) 1/9 **3**) 5/9 **4**) 0

А2. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 6. Точка А находится на расстоянии 1 от плоскости треугольника и на равном расстоянии от его вершин. Это расстояние равно …

1) 5/2 2) 7/2 3) 9/2 4) 11/2

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3x^2 - 9x - 2$ и $y = -3x^2 + 3x - 2$, равна …

1) 6 **2**) 7 **3**) 8 **4**) 9

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{c^2}{c^{-3}\cdot c^{-\frac{1}{2}}} : \dfrac{\sqrt[3]{c^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{c}}}$ …

1) $c^{11/2}$ 2) $c^{9/2}$ 3) $c^{1/2}$ 4) $c^{31/6}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $6x^2 + (-2 - 2\sqrt{2})x - 2 = 0$, то значение $x_2(x_1+1) + x_1$ равно …

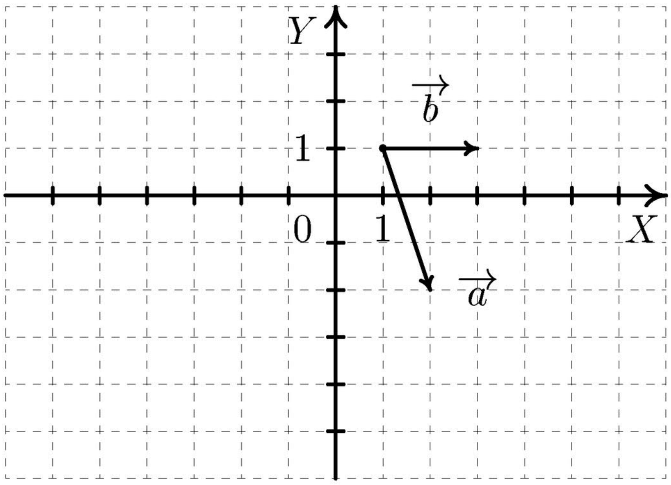
1) $-\dfrac{2}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **2**) $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **3**) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **4**) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

А6. Касательная к графику функции $y = x\sqrt{3x+1}$ в точке $x_0 = 0$ образует с осью OX угол …

1) 30° **2**) 45° **3**) 60° **4**) 90°

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $3\sqrt{2}$ **2**) 6 **3**) $\sqrt{10}+2$ **4**) $4,5$



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \cos x$ ...

1) убывает на $(-\pi/2; \pi/2)$ **2**) убывает на $(0; \pi)$
3) возрастает на $(-\pi/2; \pi/2)$ **4**) возрастает на $(0; \pi)$

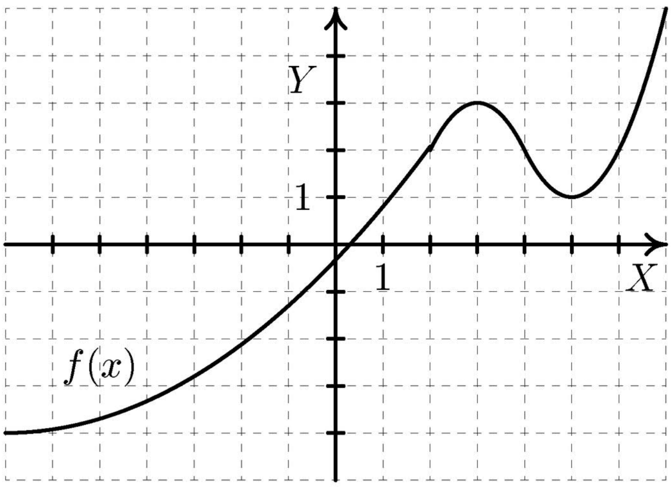
A9. Если $\sin\alpha = -\dfrac{2}{9}$, $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то значение $\operatorname{ctg}\alpha$ равно ...

1) $-\dfrac{\sqrt{77}}{2}$ 2) $\dfrac{\sqrt{77}}{7}$ 3) $-\dfrac{\sqrt{77}}{9}$ 4) $-4,39$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-3f(x) + \dfrac{5x+3}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 18

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K и L так, что прямая KL проходит через точку пересечения диагоналей. Докажите, что $AK = LC$.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+5} \cdot \ln 3x$. Значение $y'(1/3)$ равно ...

1) $4\sqrt{3}$ **2**) $12\sqrt{3}$ **3**) $1/7$ **4**) 0

А2. Длина образующей конуса равна 20, а длина окружности основания 24π. Объем конуса равен ...

1) 1152π 2) 1536π 3) 768π 4) 2413

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 4x - 4$ и $y = 8x - 7$, равна ...

1) $1\frac{2}{3}$ **2**) $1\frac{1}{3}$ **3**) $2\frac{1}{3}$ **4**) $2\frac{2}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{a^{-\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{a^2}} : \left(\dfrac{a^{-3}}{\sqrt[3]{a^5}}\right)^{-1}$ ...

1) $a^{-41/6}$ 2) $a^{5/2}$ 3) $a^{-11/2}$ 4) $a^{-7/2}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $5x^2 + (-3+\sqrt{5})x - 2 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

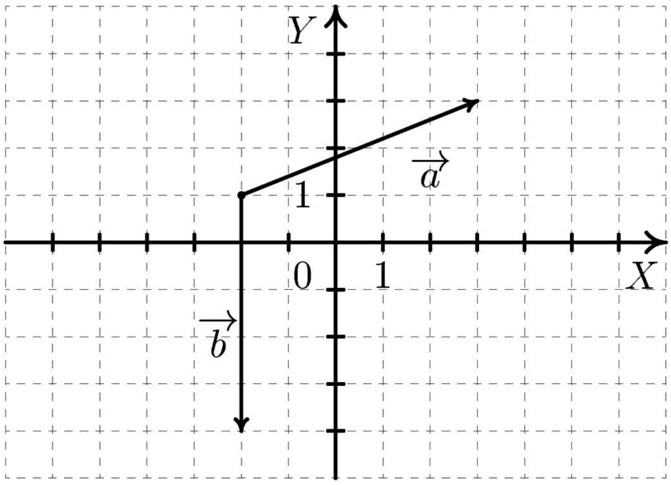
1) $\dfrac{1}{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **2**) $-1 + \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **3**) $\dfrac{1}{5} + \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **4**) $1 - \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

А6. Уравнение касательной к графику функции $y = 6x - 5 + \dfrac{4}{x}$, проведенной в точке с абсциссой $x = 1$, имеет вид ...

1) $y = -2x + 3$ **2**) $y = 2x - 3$ **3**) $y = 2x + 3$ **4**) $y = -2x - 3$

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 10 **2**) -10 **3**) -7 **4**) 7



A8. Степенная функция $f(x) = (x - b)^a$ убывает на $(b; +\infty)$, если ...

1) $a > 0$ **2**) $a < 0$ **3**) $b > 0$ **4**) $b < 0$

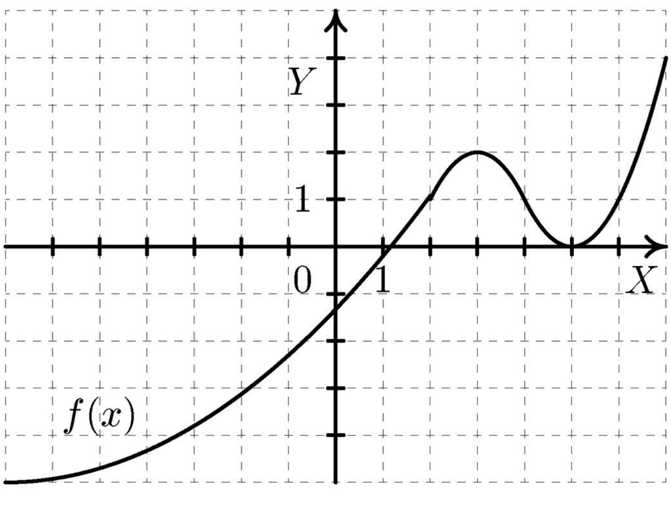
A9. Значение выражения $2\cos\alpha + 8\sin\alpha + 6\sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ при $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ равно ...

1) $\dfrac{2\sqrt{3} + 13}{2}$ 2) $\dfrac{13\sqrt{3} + 2}{2}$ 3) $\dfrac{3\sqrt{3} + 2}{2}$ 4) $\dfrac{2\sqrt{3} + 3}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(-3f(x) + \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{x - 1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 19

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На диагонали NJ ромба $NYJP$ отмечена точка E. Докажите, что треугольники NYE и NPE равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{5x+1}{\sqrt{x-3}}$. Значение $y'(7)$ равно ...

1) 5/2 **2)** 39/8 **3)** 0 **4)** 1/4

А2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 10 см, а боковое ребро – 13 см. Площадь боковой поверхности пирамиды равна ...

1) 120 2) $60\sqrt{3}$ 3) 180 4) $65\sqrt{2}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + x + 1$ и $y = 5x - 2$, равна ...

1) $1\dfrac{2}{3}$ **2)** $2\dfrac{1}{3}$ **3)** $1\dfrac{1}{3}$ **4)** $2\dfrac{2}{3}$

А4. Значение выражения $\dfrac{9^{\frac{7}{6}}16^{\frac{4}{3}} - 9^{\frac{13}{6}}16^{\frac{1}{3}}}{9^{\frac{2}{3}}16^{\frac{5}{6}} + 9^{\frac{1}{6}}16^{\frac{4}{3}}}$ равно ...

1) $\dfrac{3}{16}$ 2) $\dfrac{3}{4}$ 3) $\dfrac{9}{4}$ 4) $\dfrac{9}{16}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $5x^2 + (2+\sqrt{5})x - 1 = 0$, то значение $x_2(x_1+1) + x_1$ равно ...

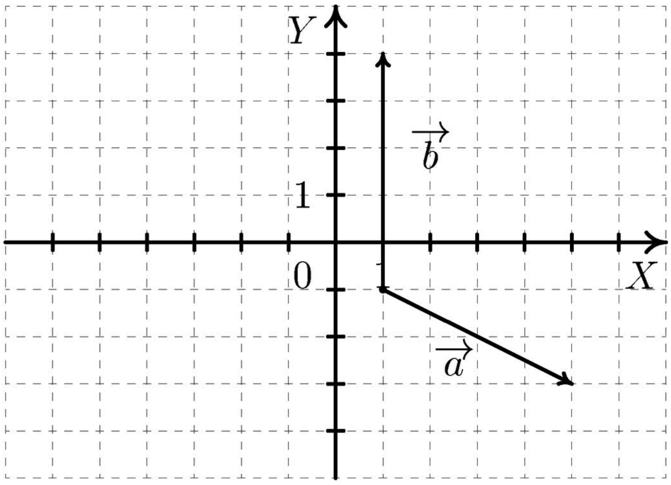
1) $\dfrac{1}{5} + \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **2)** $-\dfrac{3}{5} + \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **3)** $-\dfrac{3}{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ **4)** $-\dfrac{1}{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

А6. Если касательная к графику функции $y = 2x + 5 + \ln(3x+3)$, проведенная в точке с абсциссой x_0, имеет угол наклона $\dfrac{\pi}{4}$, то значение x_0 равно ...

1) -3 **2)** -2 **3)** -1 **4)** 0

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно …

1) -6 **2)** 6 **3)** 10 **4)** -10



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \sin 2x$ возрастает на промежутке …

1) $(-\pi/2; \pi/2)$ **2)** $(0; \pi)$ **3)** $(-\pi/4; \pi/4)$ **4)** $(0; \pi/2)$

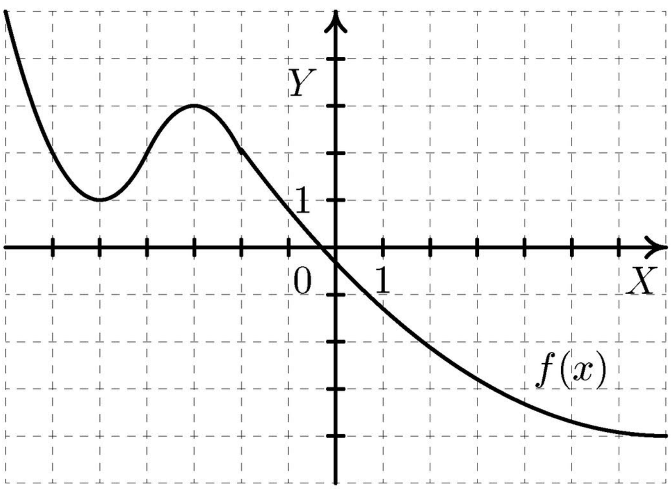
A9. Если $\sin\alpha = -\dfrac{4}{7}$, $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то значение $\operatorname{ctg}\alpha$ равно …

1) $\dfrac{\sqrt{33}}{7}$ 2) $-\dfrac{\sqrt{33}}{7}$ 3) $-\dfrac{\sqrt{33}}{4}$ 4) $-1,44$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-4f(x) + \dfrac{2x-5}{x-5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 2$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 20

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что треугольник AOB равен треугольнику DOC. Докажите, что треугольники ABD и DCA равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+1} \cdot \ln 4x$. Значение $y'(1/4)$ равно ...

1) $8\sqrt{5}$ **2**) $2\sqrt{5}$ **3**) $1/4$ **4**) 0

А2. Расстояния от точки А до вершин квадрата равны 5, сторона квадрата равна 2. Расстояние от точки А до плоскости квадрата равно ...

1) $\sqrt{23}/2$ 2) $\sqrt{23}$ 3) $\sqrt{21}/2$ 4) $\sqrt{21}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -3x^2 - 3x + 2$ и $y = -4x^2 + 2x - 2$, равна ...

1) $4,5$ **2**) 5 **3**) $5,5$ **4**) 6

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{\sqrt[3]{x^{-1}} - 7y^{7/3}}{\sqrt[3]{x^{-1}y^{7/2}} - \sqrt{7x^{-1/3}}y^{7/3}}$ ...

1) $x^{1/6} + \sqrt{7y^{-7/3}}$ 2) $y^{-7/6} + \sqrt{7x^{1/3}}$

3) $x^{-1/6} - \sqrt{7y^{7/3}}$ 4) $y^{7/6} - \sqrt{7x^{-1/3}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (4 - 2\sqrt{2})x - 2 = 0$, то значение $x_1(x_2 + 1) + x_2$ равно ...

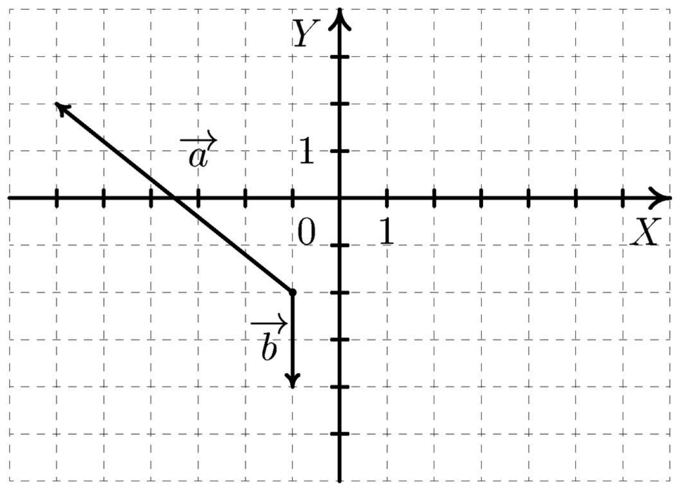
1) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **2**) $-2 + \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **3**) $-2 - \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **4**) $-\dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$

А6. Если прямая $y = 9x + 7$ касается графика функции $y = 3x^2 - 3x + c$, то значение c равно ...

1) 20 **2**) 19 **3**) 18 **4**) 17

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 8 **2**) -8 **3**) -4 **4**) 4



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(b - x)$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2**) $a > 0$ **3**) $b > 0$ **4**) $b > 1$

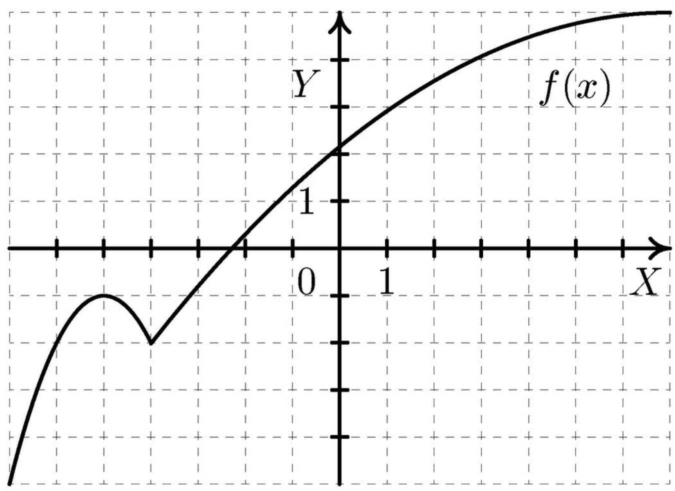
A9. Значение выражения $\cos\dfrac{7\pi}{3} + \operatorname{tg}\dfrac{13\pi}{4}$ равно ...

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) $-\dfrac{3}{2}$ 3) $\dfrac{3}{2}$ 4) $\dfrac{\sqrt{2}-2}{2}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \dfrac{6x-3}{x-5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 21

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

В треугольнике ABC точки K, L и M являются серединами сторон AB, BC и AC соответственно. Докажите, что $KLCM$ – параллелограмм.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (-2x - 7) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $-2\pi - 7$ **2)** 14 **3)** $2\pi + 7$ **4)** $\pi/2$

А2. Образующая конуса имеет длину 4 и составляет с плоскостью основания угол $45°$. Объем конуса равен ...

1) $\dfrac{16\pi\sqrt{2}}{3}$ 2) $\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ 3) $8\pi\sqrt{2}$ 4) 24

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4x^2 - 4x + 3$ и $y = 2x^2 - 4x + 5$, равна ...

1) $\dfrac{7}{3}$ **2)** $\dfrac{8}{3}$ **3)** 3 **4)** $\dfrac{10}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{\sqrt{x^9} - 2y^{-3/2}}{\sqrt{x^9 y^{-3/2}} - \sqrt{2x^{9/2}}y^{-3/2}}$ ...

1) $x^{-9/4} + \sqrt{2y^{3/2}}$ 2) $y^{-3/4} - \sqrt{2x^{9/2}}$

3) $y^{3/4} + \sqrt{2x^{-9/2}}$ 4) $x^{9/4} - \sqrt{2y^{-3/2}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (5 - 2\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $x_1 x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

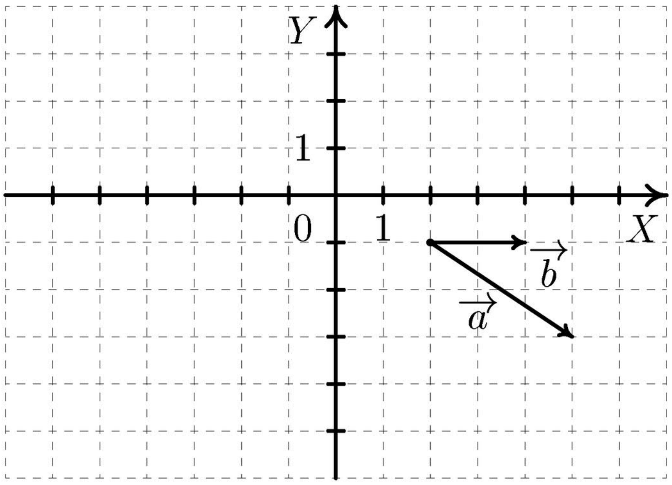
1) $2 - \sqrt{3}$ **2)** $-3 + \sqrt{3}$ **3)** $-3 - \sqrt{3}$ **4)** $-2 + \sqrt{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = (x + 5) \cdot e^x$ параллельна оси OX, то ее уравнение ...

1) $y = e^{-6}$ **2)** $y = -e^{-6}$ **3)** $y = -e^{-5}$ **4)** $y = e^{-5}$

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) -3 **2**) 3 **3**) 6 **4**) -6



A8. Показательная функция $f(x) = a^{b-x}$ возрастает на области определения, если ...

1) $0 < b < 1$ **2**) $a > 1$ **3**) $b > 1$ **4**) $0 < a < 1$

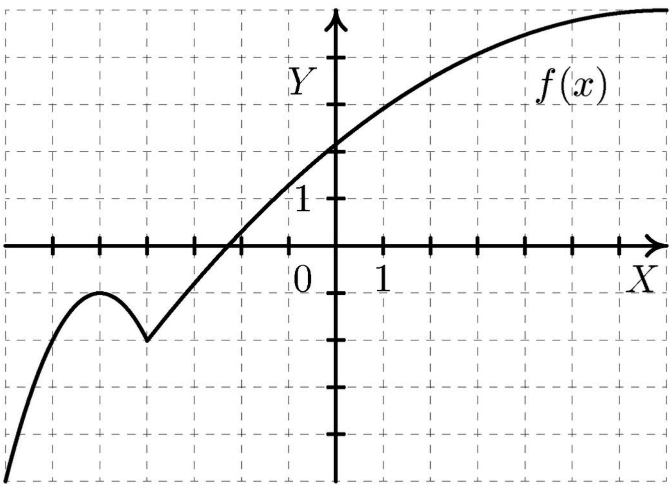
A9. Значение выражения $2(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + 2$ при $\alpha = \dfrac{\pi}{12}$ равно ...

1) 5 2) $4 - \sqrt{2}$ 3) 3 4) $4 - \sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \dfrac{3x+2}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 22

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка K лежит на биссектрисе угла A, а точки F и T – на сторонах угла. Докажите, что TF перпендикулярно AK, если $\angle AKF = \angle AKT$.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (-5x - 6) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $5\pi + 6$ **2)** $-5\pi - 6$ **3)** 30 **4)** $\pi/2$

А2. Длина образующей конуса равна 20, а длина окружности основания 24π. Объем конуса равен ...

1) 1152π 2) 1536π 3) 768π 4) 2413

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 4x - 3$ и $y = -3x^2 + 4x + 1$, равна ...

1) $\dfrac{13}{3}$ **2)** $\dfrac{14}{3}$ **3)** 5 **4)** $\dfrac{16}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{b^2}{b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{b^2}} : \left(\dfrac{1}{b^{\frac{5}{3}}}\right)^{-2}$ ...

1) $b^{13/3}$ 2) $b^{-7/3}$ 3) b^{-1} 4) $b^{-5/3}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (4 - 2\sqrt{2})x - 2 = 0$, то значение $x_1(x_2 + 1) + x_2$ равно ...

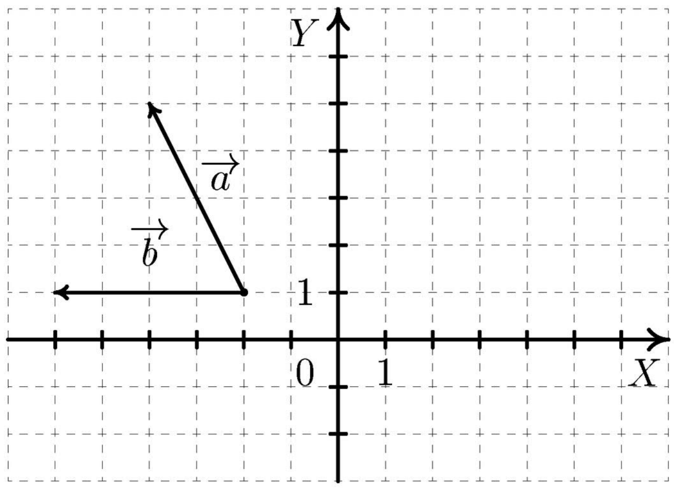
1) $\dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **2)** $-2 + \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **3)** $-2 - \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ **4)** $-\dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = 2x^2 - 4x - 5$, проведенная в точке с абсциссой x_0, проходит через точку $(-3; 17)$, то значение x_0 равно ...

1) -2 **2)** -3 **3)** -4 **4)** -5

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 8 **2**) -8 **3**) 4 **4**) -4



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(b - x)$ возрастает на области определения, если ...

1) $0 < b < 1$ **2**) $a > 1$ **3**) $0 < a < 1$ **4**) $b > 1$

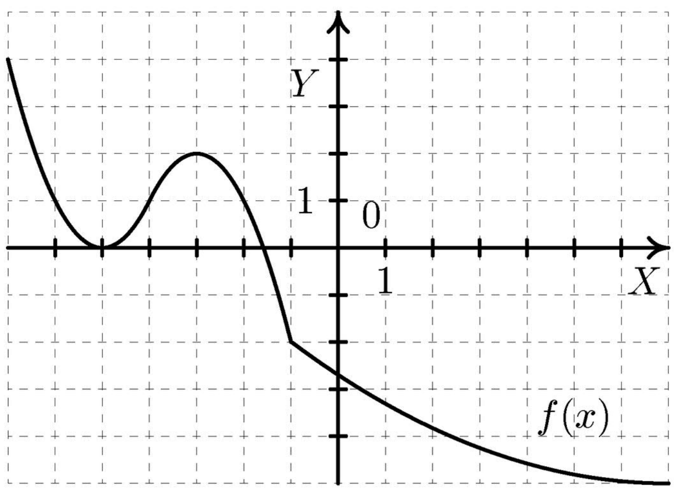
A9. Значение выражения $\dfrac{\sin 27^\circ \cos 63^\circ + \cos 27^\circ \sin 63^\circ}{\cos 88^\circ \cos 43^\circ + \sin 88^\circ \sin 43^\circ}$ равно ...

1) $\sqrt{2}$ 2) $-\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{3}$ 4) $-\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-3f(x) + \dfrac{5x+3}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 23

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что $AO = 8$, $AC = 14$, $BO = 4$, $OD = 12$. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+9} \cdot \ln 3x$. Значение $y'(1/3)$ равно ...

1) $6\sqrt{21}$ **2**) $1/9$ **3**) 0 **4**) $2\sqrt{21}$

А2. Расстояния от точки А до вершин квадрата равны 5, сторона квадрата равна 2. Расстояние от точки А до плоскости квадрата равно ...

1) $\sqrt{23}/2$ 2) $\sqrt{23}$ 3) $\sqrt{21}/2$ 4) $\sqrt{21}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 - 5x + 1$ и $y = -x - 2$, равна ...

1) $1\dfrac{2}{3}$ **2**) $1\dfrac{1}{3}$ **3**) $2\dfrac{1}{3}$ **4**) $2\dfrac{2}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{c^{-\frac{3}{2}}}{c^2 \cdot c^{\frac{1}{3}}} : \dfrac{\sqrt[3]{c^2}}{\frac{1}{\sqrt{c}}}$ ...

1) c^{-2} 2) $c^{4/3}$ 3) c^{-5} 4) c^{-4}

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $6x^2 + (-2 - 2\sqrt{2})x - 2 = 0$, то значение $x_2(x_1 + 1) + x_1$ равно ...

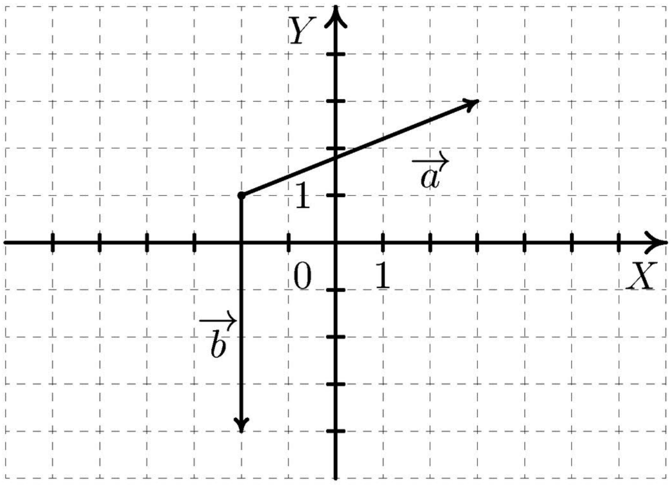
1) $-\dfrac{2}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **2**) $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **3**) $\dfrac{2}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **4**) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = ax^2 - 2x - 4$, проведенная в точке $x_0 = 1$, проходит через точку $(3; 10)$, то значение a равно ...

1) 1 **2**) 2 **3**) 3 **4**) 4

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 10 **2**) -10 **3**) -7 **4**) 7



A8. Тригонометрическая функция $f(x) = \sin\dfrac{x}{2}$ возрастает на промежутке ...

1) $(-\pi;\pi)$ **2**) $(0;2\pi)$ **3**) $(\pi;3\pi)$ **4**) $(-2\pi;0)$

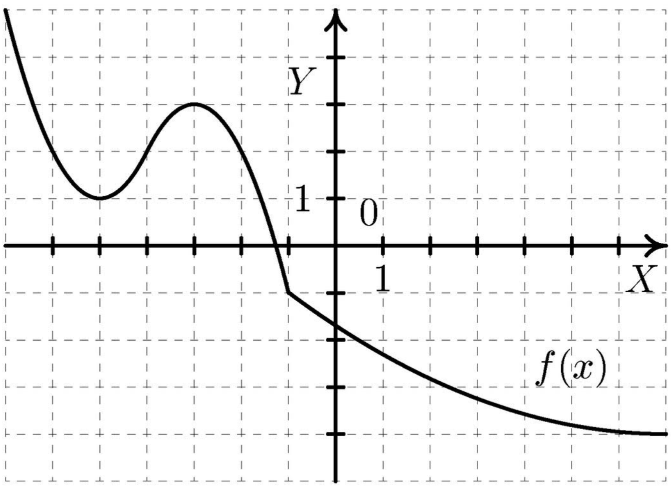
A9. Значение выражения $2\cos\alpha + 8\sin\alpha + 6\sin(\pi-\alpha) - \cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$ при $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ равно ...

1) $\dfrac{2\sqrt{3}+13}{2}$ 2) $\dfrac{13\sqrt{3}+2}{2}$ 3) $\dfrac{3\sqrt{3}+2}{2}$ 4) $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{2}$

Часть В. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x)+\dfrac{6x-3}{x-5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 24

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Точка H – середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что площадь четырехугольника $ABCH$ в 3 раза больше площади треугольника ADH.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \sqrt{x+5} \cdot \ln 4x$. Значение $y'(1/4)$ равно ...

1) $8\sqrt{21}$ **2)** $1/9$ **3)** $2\sqrt{21}$ **4)** 0

А2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 8 см, а боковое ребро – 5 см. Площадь боковой поверхности пирамиды равна ...

1) 24 2) $12\sqrt{3}$ 3) $20\sqrt{2}$ 4) 36

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -2x^2 + x - 6$ и $y = -3x^2 + 2x - 4$, равна ...

1) $4,5$ **2)** $5,5$ **3)** $6,5$ **4)** $7,5$

А4. Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{x-9}{x-10} - \dfrac{x-10}{x-9}\right) : \dfrac{2x-19}{2x-18}$ ...

1) $\dfrac{x-10}{x-9}$ 2) $\dfrac{2}{x-10}$ 3) $\dfrac{1}{x-9}$ 4) $\dfrac{2}{x-9}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (-5 + 4\sqrt{2})x - 1 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

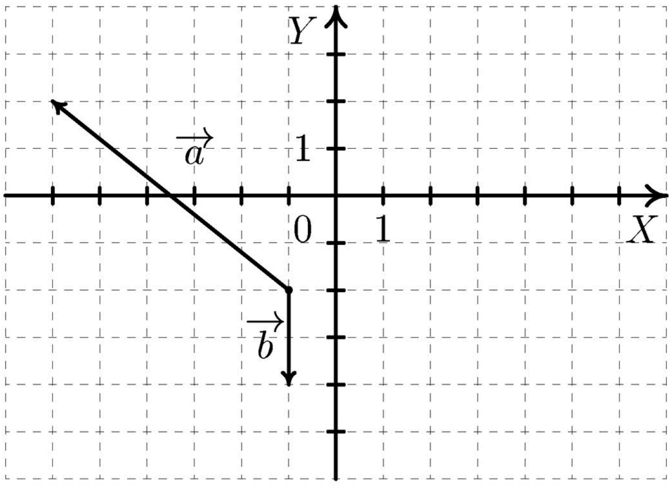
1) $2 - 2\sqrt{2}$ **2)** $-3 + 2\sqrt{2}$ **3)** $2 + 2\sqrt{2}$ **4)** $3 - 2\sqrt{2}$

А6. Уравнение касательной к графику функции $y = 4x + 7 - \dfrac{2}{x}$, проведенной в точке с абсциссой $x = -1$, имеет вид ...

1) $y = -6x + 11$ **2)** $y = 6x - 11$ **3)** $y = -6x - 11$ **4)** $y = 6x + 11$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) 7 **2**) $\sqrt{29}$ **3**) $\sqrt{41} + 2$ **4**) $4,4$



A8. Показательная функция $f(x) = a^{b-x}$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 0$ **2**) $a > 1$ **3**) $b > 0$ **4**) $b > 1$

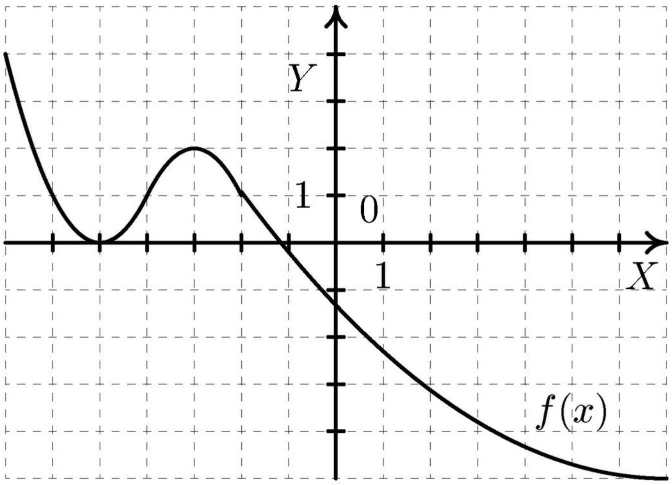
A9. Если $\sin\alpha = -\frac{2}{9}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то значение $\operatorname{ctg}\alpha$ равно ...

1) $-\frac{\sqrt{77}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{77}}{7}$ 3) $-\frac{\sqrt{77}}{9}$ 4) $-4,39$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to1}\left(-2f(x) + \frac{2x^2 + 4x - 6}{x - 1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to1} f(x) = -1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 25

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки RL и YX пересекаются так, что $RY = LX$ и $RX = LY$. Докажите, что прямая RX параллельна прямой LY.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (3x + 8) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $3\pi + 8$ **2**) 24 **3**) $\pi/2$ **4**) $-3\pi - 8$

А2. Диагонали трех граней прямоугольного параллелепипеда, сходящиеся в одной вершине, равны 6,7,9. Линейные размеры параллелепипеда ...

1) $\sqrt{47},\ \sqrt{34},\ \sqrt{2}$ 2) $6,\ 5,\ 2$ 3) $7,\ 6,\ 2$ 4) $\sqrt{45},\ \sqrt{35}, \sqrt{3}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -4x^2 - 2x - 3$ и $y = -5x^2 + x - 3$, равна ...

1) 4 **2**) $4,5$ **3**) 5 **4**) $5,5$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{c^2}{c^{-3} \cdot c^{-\frac{1}{2}}} : \dfrac{\sqrt[3]{c^2}}{\frac{1}{\sqrt[3]{c}}}$ ...

1) $c^{11/2}$ 2) $c^{9/2}$ 3) $c^{1/2}$ 4) $c^{31/6}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (-4 + 3\sqrt{2})x - 1 = 0$, то значение $x_2 + x_1(1 + x_2)$ равно ...

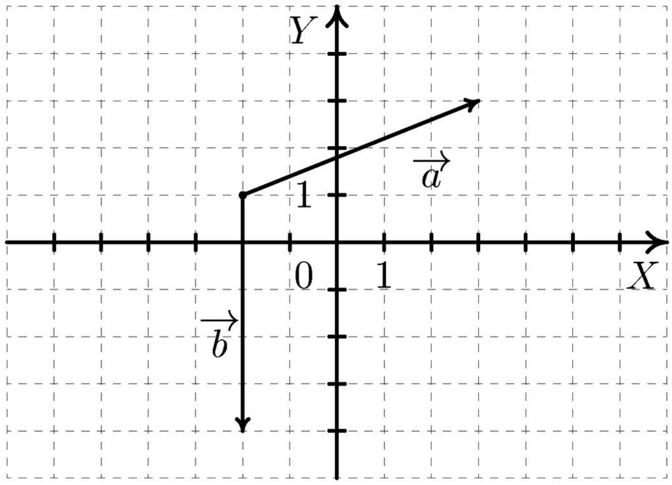
1) $-\dfrac{5}{4} + \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **2**) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **3**) $\dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$ **4**) $\dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{4}\sqrt{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = (x + 2) \cdot e^x$ параллельна оси OX, то ее уравнение ...

1) $y = -e^{-3}$ **2**) $y = e^{-3}$ **3**) $y = -e^{-2}$ **4**) $y = e^{-2}$

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ равна ...

1) $\sqrt{29} + 5$ **2)** $\sqrt{34}$ **3)** 8 **4)** $6,2$



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(x - b)$ убывает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2)** $b > 1$ **3)** $0 < a < 1$ **4)** $0 < b < 1$

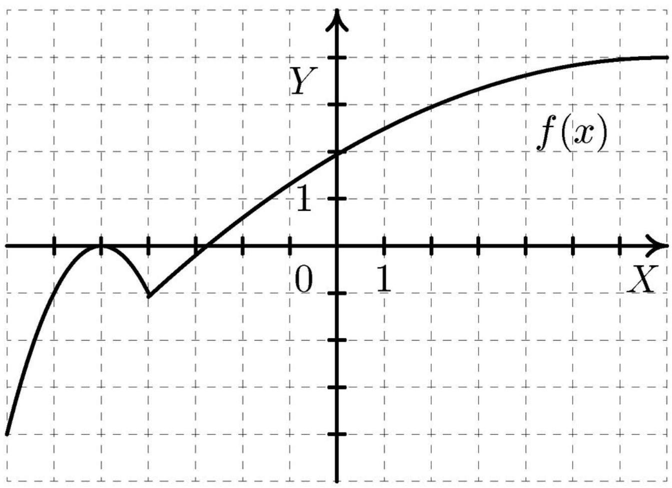
A9. Если $\operatorname{ctg}\alpha = 3$, то значение $\dfrac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha}$ равно ...

1) 9/4 2) 11/4 3) 0 4) 5/2

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2f(x) + \dfrac{5x+3}{x+3}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -3$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 26

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На продолжении медианы MK треугольника MHP за точку K отмечена точка S так, что $MK = KS$. Докажите, что треугольники MKH и SKP равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = (-4x + 4) \cdot \sin x$. Значение $y'(\pi)$ равно ...

1) $-4\pi + 4$ **2)** $4\pi - 4$ **3)** -16 **4)** $\pi/2$

А2. Расстояния от точки А до вершин квадрата равны 5, сторона квадрата равна 2. Расстояние от точки А до плоскости квадрата равно ...

1) $\sqrt{23}$ 2) $\sqrt{23}/2$ 3) $\sqrt{21}/2$ 4) $\sqrt{21}$

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 2x + 1$ и $y = 8x - 7$, равна ...

1) $1\frac{1}{3}$ **2)** $1\frac{2}{3}$ **3)** $2\frac{1}{3}$ **4)** $2\frac{2}{3}$

А4. Результат упрощения $\left(\frac{(x+1)(x+9)}{x^2-2x-3} - \frac{x-9}{x-3}\right) : \frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ ...

1) $\frac{18}{x+3}$ 2) $\frac{x+3}{x-3}$ 3) $\frac{x-3}{x+3}$ 4) $\frac{18}{x-3}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (4 + 3\sqrt{3})x - 1 = 0$, то значение $x_1x_2 + x_1 + x_2$ равно ...

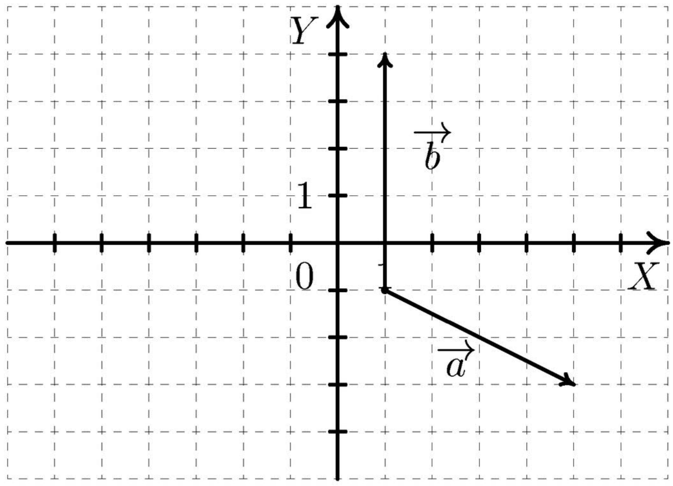
1) $-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **2)** $\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **3)** $-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **4)** $-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$

А6. Если касательная к графику функции $y = \sqrt{3x + b}$, проведенная в точке $x_0 = 2$, проходит через начало координат, то значение b равно ...

1) -4 **2)** -2 **3)** -6 **4)** -3

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ равна ...

1) $\sqrt{29}$ **2**) 7 **3**) $5+2\sqrt{5}$ **4**) 5



A8. Тригонометрическая функция $f(x)=\cos x$ ...

1) убывает на $(-\pi/2;\pi/2)$ **2**) убывает на $(0;\pi)$
3) возрастает на $(-\pi/2;\pi/2)$ **4**) возрастает на $(0;\pi)$

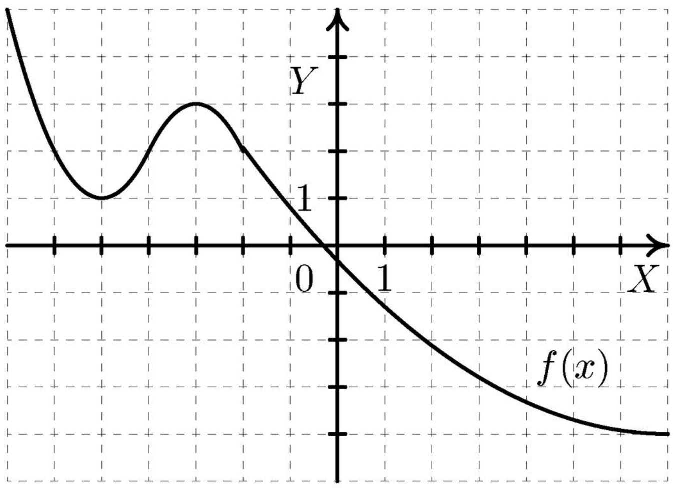
A9. Значение выражения $6(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+8$ при $\alpha=\dfrac{\pi}{8}$ равно ...

1) $14-3\sqrt{2}$ 2) $14+3\sqrt{2}$ 3) 17 4) $14+3\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-4f(x)+\dfrac{5x-2}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y=f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 27

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки MK и RT при пересечении делятся пополам точкой O. Докажите, что прямые MR и KT параллельны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{3x-1}$. Значение $y'(1)$ равно ...

1) $1/4$ **2**) $3/2$ **3**) 0 **4**) $1/2$

А2. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Если $AB = 9$ см, $BC = 15$ см, $AD = 5$ см, то длина отрезка CD равна ...

1) $14,5$ 2) 14 3) $13,5$ 4) 13

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3x^2 - 9x - 2$ и $y = -3x^2 + 3x - 2$, равна ...

1) 6 **2**) 7 **3**) 8 **4**) 9

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[6]{x^9y^4} \cdot \left(\dfrac{x^{-3}}{y^8}\right)^{\frac{1}{3}}$ ...

1) $x^{\frac{1}{2}}y^{-2}$ 2) $x^{\frac{5}{2}}y^{-2}$ 3) $x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{10}{3}}$ 4) $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{10}{3}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (3 + 3\sqrt{3})x - 2 = 0$, то значение $x_2 + x_1(x_2 + 1)$ равно ...

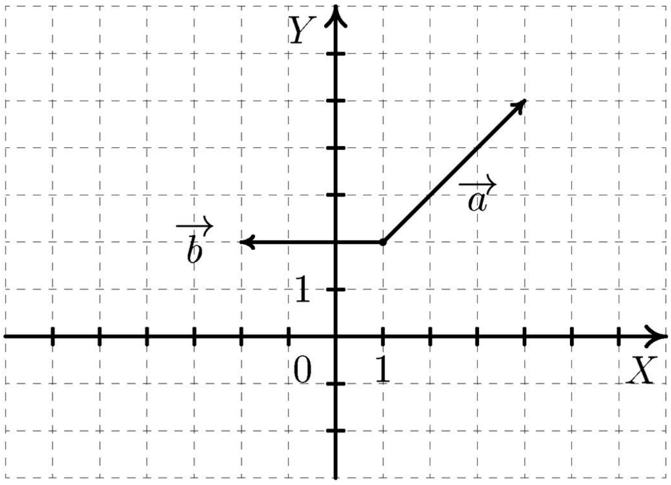
1) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **2**) $-\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **3**) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ **4**) $-\dfrac{5}{2} - \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$

А6. Уравнение касательной к графику функции $y = 4x + 3 + \dfrac{5}{x}$, проведенной в точке с абсциссой $x = 1$, имеет вид ...

1) $y = -x + 13$ **2**) $y = x + 13$ **3**) $y = -x - 13$ **4**) $y = x - 13$

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 5 **2**) -5 **3**) -9 **4**) 9



A8. Степенная функция $f(x) = (b - x)^a$ убывает на $(-\infty; b)$, если ...

1) $b > 0$ **2**) $a < 0$ **3**) $b < 0$ **4**) $a > 0$

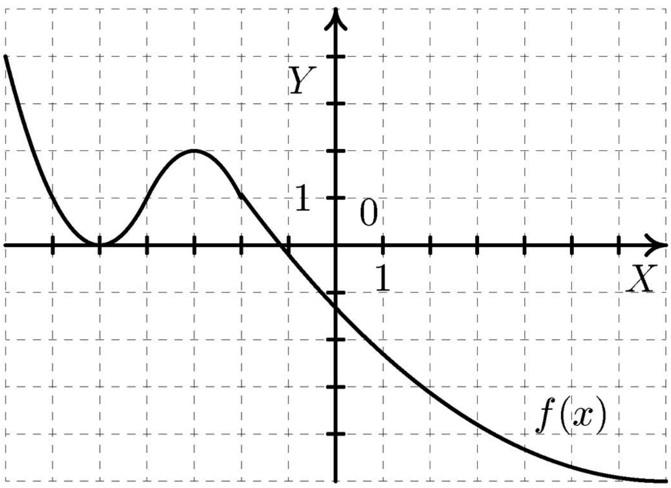
A9. Если $\operatorname{tg}\alpha = 2$, то значение $\dfrac{5\sin\alpha + 4\cos\alpha}{3\sin\alpha + 3\cos\alpha}$ равно ...

1) 13/9 2) 0 3) 14/9 4) 3/2

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(3f(x) + \dfrac{5x+1}{x+5}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -2$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 28

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На сторонах AB и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны точки K и L так, что прямая KL проходит через точку пересечения диагоналей. Докажите, что $AK = LC$.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

A1. Дана функция $y = \dfrac{6x-3}{\sqrt{x-2}}$. Значение $y'(3)$ равно ...

1) 6 **2**) $-1,5$ **3**) $13,5$ **4**) 0

A2. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Если $AB = 16$ см, $BC = 17$ см, $AD = 4$ см, то длина отрезка CD равна ...

1) 8 2) $7,5$ 3) 7 4) $6,5$

A3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 4x - 4$ и $y = 8x - 7$, равна ...

1) $1\dfrac{2}{3}$ **2**) $1\dfrac{1}{3}$ **3**) $2\dfrac{1}{3}$ **4**) $2\dfrac{2}{3}$

A4. Результат упрощения выражения $\left(\dfrac{x^3+125}{x+5} - 5x\right) \cdot \dfrac{x^2+10x+25}{x^2-25}$ ...

1) $x^2 - 10x + 25$ 2) $x^2 - 25$ 3) $x^2 - 5x + 25$ 4) $x - 5$

A5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $3x^2 + (-4+\sqrt{2})x - 3 = 0$, то значение $x_1 + x_2(x_1+1)$ равно ...

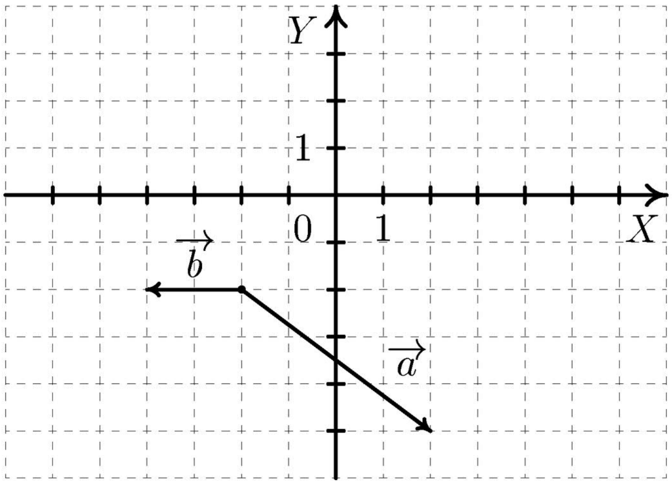
1) $-\dfrac{7}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **2**) $\dfrac{1}{3} + \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **3**) $\dfrac{1}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ **4**) $\dfrac{7}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

A6. Если прямая $y = -7x + 10$ касается графика функции $y = 2x^2 + x + c$, то значение c равно ...

1) 18 **2**) 17 **3**) 16 **4**) 15

A7. Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равно ...

1) -8 **2**) 8 **3**) -6 **4**) 6



A8. Логарифмическая функция $f(x) = \log_a(x - b)$ возрастает на области определения, если ...

1) $a > 1$ **2**) $b > 1$ **3**) $a > 0$ **4**) $b > 0$

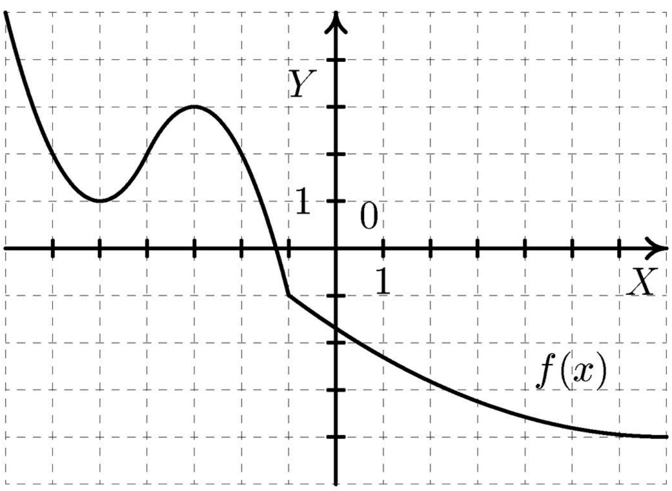
A9. Если $\sin\alpha = \dfrac{5}{8}$, $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то значение $\cos\alpha$ равно ...

1) $-\dfrac{\sqrt{39}}{8}$ 2) $\dfrac{\sqrt{39}}{8}$ 3) $-\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ 4) $-0,78$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -1}\left(2f(x) + \dfrac{2x^2+4x+2}{x+1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = 2$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.



МАТЕМАТИКА – 2023
ВАРИАНТ 29

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

На диагонали NJ ромба $NYJP$ отмечена точка E. Докажите, что треугольники NYE и NPE равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{3x+2}{\sqrt{x-4}}$. Значение $y'(8)$ равно ...

1) $3/2$ **2**) $25/8$ **3**) $-1/8$ **4**) 0

А2. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Если $AC = 12$ см, $BD = 6$ см, $CD = 12$ см, то длина отрезка AB равна ...

1) 18 2) 17 3) 16 4) 15

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2 + 5x - 5$ и $y = 9x - 8$, равна ...

1) $1\frac{1}{3}$ **2**) $1\frac{2}{3}$ **3**) $2\frac{1}{3}$ **4**) $2\frac{2}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\sqrt[3]{x^7y^3} \cdot \left(\dfrac{x^2}{y^9}\right)^{\frac{1}{3}}$ ...

1) $x^{\frac{5}{3}}y^{-2}$ 2) x^3y^{-2} 3) $x^{\frac{5}{3}}y^4$ 4) x^3y^4

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $2x^2 + (4+\sqrt{5})x - 3 = 0$, то значение $x_1(x_2+1) + x_2$ равно ...

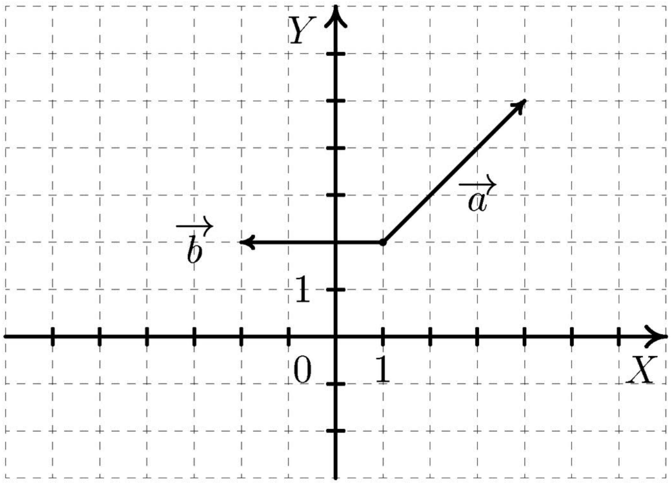
1) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **2**) $-\dfrac{7}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **3**) $-\dfrac{7}{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **4**) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = \sqrt{ax-2}$, проведенная в точке $x_0 = 2$, проходит через начало координат, то значение a равно ...

1) 1 **2**) 2 **3**) 3 **4**) 4

A7. Длина вектора $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ равна ...

1) $4,5$ **2**) $3\sqrt{2}+3$ **3**) 3 **4**) $3\sqrt{2}$



A8. Степенная функция $f(x)=(x-b)^a$ возрастает на $(b;+\infty)$, если ...

1) $a>0$ **2**) $b>0$ **3**) $a<0$ **4**) $b<0$

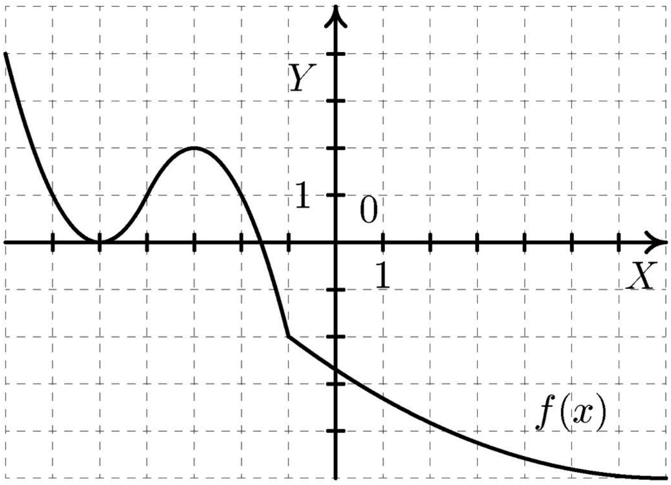
A9. Значение выражения $\dfrac{\sin 51^\circ \cos 219^\circ + \cos 51^\circ \sin 219^\circ}{\cos 176^\circ \cos 41^\circ + \sin 176^\circ \sin 41^\circ}$ равно ...

1) $-\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{3}$ 4) $-\sqrt{3}$

Часть B. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(-4f(x)+\dfrac{5x^2+4x-9}{x-1}\right)$, если $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=3$.

B2. Найти сумму максимального и наибольшего значений функции $y=f(x)$ на отрезке $[-7;7]$.



12.04.2023 **№ 29**

МАТЕМАТИКА – 2023

ВАРИАНТ 30

Задание с развернутым ответом. *Запишите полное решение задачи на дополнительном листе. Подпишите лист: ФИО, класс, номер варианта. Сдайте вместе с бланком ответов на проверку.*

Отрезки AC и BD пересекаются в точке O так, что треугольник AOB равен треугольнику DOC. Докажите, что треугольники ABD и DCA равны.

Часть А. *Отметьте номер правильного ответа в бланке ответов.*

А1. Дана функция $y = \dfrac{\ln x}{4x+3}$. Значение $y'(1)$ равно …

1) 1/7 **2**) 1/49 **3**) 4/7 **4**) 0

А2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 21 см и 23 см. Если проекция первой наклонной равна 9 см, то проекция второй равна …

1) 15 2) 13 3) 11 4) 9

А3. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 - x - 3$ и $y = 7x - 9$, равна …

1) $2\frac{1}{3}$ **2**) $2\frac{2}{3}$ **3**) $3\frac{2}{3}$ **4**) $3\frac{1}{3}$

А4. Результат упрощения выражения $\dfrac{\sqrt[3]{x^{-1}} - 7y^{7/3}}{\sqrt[3]{x^{-1}y^{7/2}} - \sqrt{7x^{-1/3}}y^{7/3}}$ …

1) $x^{1/6} + \sqrt{7y^{-7/3}}$ 2) $y^{-7/6} + \sqrt{7x^{1/3}}$

3) $x^{-1/6} - \sqrt{7y^{7/3}}$ 4) $y^{7/6} - \sqrt{7x^{-1/3}}$

А5. Если x_1 и x_2 – корни уравнения $4x^2 + (4 + 2\sqrt{5})x - 1 = 0$, то значение $(x_1+1)x_2 + x_1$ равно …

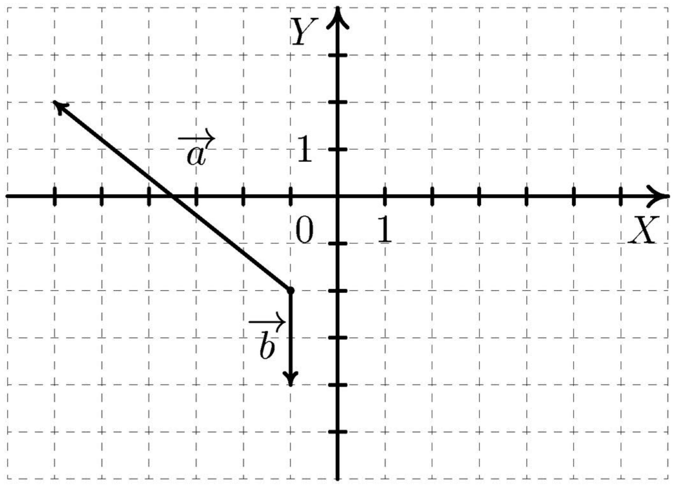
1) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **2**) $-\dfrac{5}{4} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **3**) $-\dfrac{3}{4} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **4**) $-\dfrac{5}{4} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

А6. Если касательная к графику функции $y = 5x^2 + bx - 1$, проведенная в точке $x_0 = 1$, проходит через точку $(-1; -19)$, то значение b равно …

1) 1 **2**) 2 **3**) 3 **4**) 4

A7. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ равно ...

1) 8 **2**) -8 **3**) -4 **4**) 4



A8. Степенная функция $f(x) = (b - x)^a$ возрастает на $(-\infty; b)$, если ...

1) $a > 0$ **2**) $b > 0$ **3**) $a < 0$ **4**) $b < 0$

A9. Если $\sin\alpha + \cos\alpha = -1,2$, то значение $\sin 2\alpha$ равно ...

1) $0,12$ 2) $-0,88$ 3) $0,44$ 4) $-0,56$

Часть В. *Напишите правильный ответ в нижней части бланка ответов. Ответом может быть целое число или десятичная дробь.*

B1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2f(x) + \dfrac{2x+1}{x-2}\right)$, если $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 1$.

B2. Найти сумму минимального и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[-7; 7]$.