

ПРИМЕНЕНИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ЦЕННОСТЕЙ РУССКОЙ ШКОЛЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

К.А. Лебедев

Рассматриваются педагогические ценности русской школы [1–3], сформулированные в виде принципов и способы их применения к изучению математики. Анализируется центральная, ведущая роль принципа природосообразности. Отмечается, что для русской школы характерен принцип систематического применения письменной и устной речи. Указывается, что история знает три удачные реализации системы обучения, основанные на природосообразном принципе. Обсуждаются способы применения принципов русской школы к освоению математического знания, которое объективно представимо в виде иерархии структур (разделов), а также в виде двух периодических систем числовых и алгебраических записей. Представлена диаграмма Венна для данной иерархии. Описывается принцип учёта относительного и абсолютного в познании и образовании. Напоминаются диалектические законы развития и их проявление в познании природы и педагогических системах. Обсуждаются первый и второй кризисы в научном познании и проводится аналогия с новым третьим кризисом в образовании, связанным с широким и глобальным проникновением информационных технологий во все сферы общественного бытия и, в частности, в образование. Сделан оптимистический вывод о возможности создания эффективной системы обучения (в том числе и цифровой), основанной на природосообразном принципе и ценностях русской школы.

Педагогические ценности русской школы представлены в трудах И.П. Костенко [1 – 3]. Рассмотрим их более подробно и применительно к изучению школьной и вузовской математики. Не все ценности (принципы) перечислены И.П. Костенко в статье [3]. Среди 10 принципов не обсуждаются три наиболее ценные и фундаментальные принципы, которые, собственно, и делают русскую школу выдающимся явлением мировой педагогики: принцип природосообразности, принцип систематического использования письменной и устной речи, принцип систематического решения текстовых задач в рамках классической психологии и диалектики. Ценности принципов русской школы в настоящее время ещё более возрастают в связи с цифровизацией образования, правильное использование этих ценностей позволит не только без ущерба для качества образования осуществить

цифровизацию, но и достигнуть новых сдвигов в природосообразном обучении.

1. ПРИНЦИП ПРИРОДОСООБРАЗНОСТИ. Это главный закон эффективного и разумного обучения, потому что «человек – часть природы, следовательно, он и его развитие подчиняются её универсальным законам. Эти закономерности проявляются в устройстве неживой природы, в жизни растений и животных, в развитии человека. Природа и жизнь человека познаваемы. Познаваемы также законы обучения» [4, 5]. Так писал основоположник этого принципа Я.А. Коменский. Мы, разумеется, здесь не ставим задачу раскрыть этот принцип со всех сторон, отметим только некоторые его основные утверждения, важные для обучения.

1) Основные понятия природосообразности. Перечислим их (не раскрывая содержания): своевременность, подготовка, поэтапность, последовательность, от простого к сложному, завершённость, непрерывность, отсутствие лишнего, медленное движение, польза, единообразие, основательность, взаимосвязанность, пропорциональность [6].

2) Природосообразность и психология. Природосообразное обучение предполагает такое обучение, которое согласуется с человеческой психологией. Классическая общая психология лежит в основе всех разумных, эффективных природосообразных систем [7, 8]. Наряду с классической общей психологией имеется множество психологических подходов и теорий к обучению, которые не основываются на прошлых достижениях, касаются узких сторон психологии, которые достаточно не подкреплены практикой, часто отражают, только фантазии их создателей [9]. Далее ещё коснёмся этой стороны дела.

3) Природосообразность и диалектика. Природосообразность, как и сама природа, диалектична. Принцип природосообразности в обучении и познании подчиняется законам диалектики развития, которые многочис-

ленные авторы, пишущие про развитие, никогда не упоминают, не потому что не согласны, а потому что не знают. Позже остановимся и на этом важном вопросе, дополнив список 14-м принципом диалектики.

Итак, мы рассматриваем системы и методику обучения математике под углом зрения природосообразного принципа, исходя из классической общей и возрастной психологии и материалистической диалектики.

Других эффективных законов обучения нет. Другие принципы, основанные не на природосообразности, являются ни чем иным, как досужными вымыслами, потому что не основаны на человеческой психологии и законах мышления. Принцип природосообразности раскрыт в трудах И.Г. Песталоцци, Ф. А. В. Дистервега, К.Д. Ушинского.

К.Д. Ушинский [10] стремился построить процесс обучения в соответствии с природой, психологией и развитием детей. Первое условие этого соответствия он видел в своевременном начале обучения. «Если вы начинаете вообще учить ребёнка раньше, чем он созрел для ученья, – писал Ушинский, – или учить его какому-нибудь предмету, содержание которого приходится ему ещё не по возрасту, то неминуемо встретитесь с такими препятствиями в его природе, которые может преодолеть только одно время. И чем настойчивее будете вы бороться с этими препятствиями возраста, тем более принесёте вреда вашему ученику».

Именно закон природосообразности составляет главный стержень, вокруг которого располагаются остальные принципы русской школы, он составляет смысл всех других ценностей. Природосообразность ставит во главу угла человеческое мышление. Мышление у человека осуществляется первой (образно предметное, чувственное мышление) и второй (абстрактно-логическое мышление) сигнальными системами. У животных нет второй сигнальной системы, поэтому они не способны к познанию и обучению.

Первичным является чувственно-осязаемое и образно-предметное мышление, возникающее под воздействием первичных представлений, наблюдений того, что только возможно воспринять чувствами. Как принято говорить в философии, познание начинается с живого созерцания. Только вслед за этим познание восходит к мысленному – абстрактному, логическому. Истинность же такого познания проверяется практикой. Единство **чувственного и логического** в мышлении основывается на сложном взаимодействии первой и второй сигнальных систем и даёт возможность познания и образования.

Это отмечал ещё Я.А. Коменский [4, 5], это подтверждается теорией Р. Сперри [1, с. 406], которая открыла двухполушарную специфику человеческого мозга: правое полушарие отвечает за работу первой сигнальной системы, а левое – за вторую сигнальную систему. Это подтверждают и современные исследования, основанные на нейрофизиологических опытах [11]. Каждое полушарие формирует свои принципы организации речи: правое формирует целостность смыслового содержания, создаёт ассоциации на основе наглядно-чувственных *восприятий, ощущений, представлений, образов, чувств* о предмете. При этом образ предмета позволяет объединить набор разнородных практических признаков и операций в целостную картину. Этой стороне дела очень мало уделяется внимания при обучении в школе и вузе, её связи со второй сигнальной системой.

Напротив, левое полушарие обеспечивает теоретическое, абстрактно-логическое мышление, грамматическое оформление высказывания. Формами данного вида мышления являются *абстрагирование, образование понятий, суждение, умозаключение, конкретизация-обобщение, анализ-синтез, индукция-дедукция, сравнение-классификация* [7, 8].

Формирование структуры речи, и следовательно, продуктивность мышления человека происходят за счёт совместного функционирования правого и левого полушарий, 1-й и 2-й сигнальных систем.

Твёрдо установлено [1, с.405; 7, 8], что мышление человека направлено от образного мышления к понятийному абстрактному, от конкретных образов, через образование образов все более высокого уровня обобщения. Даже предельное абстрактно-логическое мышление, основанное на абстрактных понятиях, пронизано образными, словесно оформляемыми схемами **и не может быть иным**. Даже такая абстрактная дисциплина, как геометрия Лобачевского (а в школе евклидова геометрия), будет восприниматься гораздо лучше и глубже, если использовать графы (по сути, опорные сигналы), отражающие иерархию аксиом и теорем этой геометрии, однако этого до сих пор никто не сделал. Или представление квантовой физики в виде структуры, состоящей из трёх математических структур [12]. Или одна из недавних интересных попыток, названная «квантовой живописью»: учёные Оксфордского университета предложили использовать диаграммный язык, который допускает интуитивные рассуждения о взаимодействии квантовых систем и упрощает многие другие сложные и утомительные вычисления в гильбертовом пространстве, открывая путь к более глубокому концептуальному пониманию квантовой теории [13].

Разумеется, количество примеров может быть многократно увеличено, но все они будут свидетельствовать о большом значении образного мышления в науке, даже при познании сильно абстрагированных математических теорий. Образное мышление с большим эффектом служит дидактическим целям как школьного, так и вузовского образования и основывается на психологии человека.

Однако законы дидактики, эффективного обучения, обосновываются практикой длительного применения психологических законов и не могут

быть доказаны формально-логическим путём. Практикой доказано: школьное эффективное преподавание любого предмета должно быть постепенным, подробным, идти от образов к логике, от простого к сложному, от частей к целому, от знакомого к незнакомому, от элементов к структуре, от деталей к главному, от конкретного к абстрактному, от частного к общему, от индуктивного к дедуктивному [7, 8]. И только впоследствии, после накопления нужной, критической массы теоретических и практических знаний можно идти в другом направлении от сложного к простому, от целого к частям, дедуктивно и т.д., ставя при этом другие цели.

Очень наглядным доказательством сказанного является широко известный факт: чем выше квалификация учёного, тем больше он оперирует не конкретными расчётами, а общими визуальными схемами связанными со смыслами. Познание объективной истины идёт от образно-чувственного мышления к абстрактно-логическим теориям и от них к практике (как критерию истинности человеческих знаний), а затем снова к образам, гипотезам, теории и снова к практике и т.д. [14]. Так мыслит и математик, и физик, и любой учёный, чем выше его квалификация, тем более обобщёнными мыслительными **образами – смысловыми понятиями** он оперирует, которые все больше направляются интуицией.

Природосообразное обучение идёт от конкретного чувственного к абстрактному и постоянно опирается на образное мышление (на опорные образы, опорные сигналы, формулы, схемы, графы, таблицы).

Введение новых понятий эффективно может быть осуществлено только с разбора разнообразных простых осязаемых примеров, задач, явления в них общего на интуитивном уровне, опираясь на **доступный опыт** учащихся, и формулируются определения исходя из этого опыта, а не теоретических современных положений дисциплины. Прежде чем ввести определение, надо оправдать его введение [15, 16], надо объяснить

примерами необходимость и полезность вводимого нового определения.

Например, сложение двух натуральных чисел и его свойства современная наука трактует как следствие операции штрихования, подчиняющуюся пяти аксиомам Пеано. Но было бы бесполезно и вредно толковать это даже старшеклассникам. Даже учёные могут это воспринять, только после овладения простым определением. Сложение двух натуральных чисел, это прямое арифметическое действие, с помощью которого находится количество единиц в обоих числах вместе. Это вполне в духе наглядности, образного и чувственного мышления, и любой ученик первого класса в конце концов им овладеет и только постепенное изучение разделов математики приведёт его к пониманию требования рассмотреть аксиомы Пеано: необходимости требования минимальности и непротиворечивости аксиом, их полноты, категоричности. Если эти причины не понимать, то зачем и знать аксиомы Пеано, которые и возникли именно из-за необходимости изучить эти требования.

Здесь же в простом определении сложения, на основе интуиции и детского опыта (а не аксиоматики) уже присутствует, и наглядность, и предметность, и довольно сильная абстракция (число содержит единицы, сложение – способ узнать количество единиц в обоих числах, объединяя эти единицы), что, собственно, и требуется природосообразным обучением. Особая роль в обучении математике отводится и геометрии в силу этой особенности сочетать наглядность и глубокие абстракции.

В университетских курсах иногда допустимо действовать наоборот, руководствуясь дедуктивным способом подачи материала, хотя и здесь следовало бы проявлять методическую мудрость и не увлекаться чисто дедуктивным способом, а пояснять и использовать, где только возможно, направление от конкретного к общему, исходя из доступного опыта студентов. Доступный опыт студента или школьника — это база, на которой

разворачивается **понятная** теория, любая теория исторически строится только так, опираясь на доступный в данный момент **опыт человечества**.

Отметим, что обратный ход от общего к частному, от целого к частям возможен не только при дедуктивном изложении, но и необходим как введение: контур целого предшествует частям. Об этом говорил и Я.А. Коменский, это понимал А. Пуанкаре, об этом говорят в школе В.Ф. Шаталова. Прочитируем: «Качественный скачок к абстрактному целому не всегда подотчётен сознанию, но схемы, наглядные образы, символы и представления часто бывают его спутниками (!). Первоначальное представление о предмете можно назвать неразвитым целым, механическим, статическим целым, и только по мере изучения предмета неразвитое целое сменяется органическим целым, диалектически цельным, способным к самодвижению, к саморазвитию. Читающие текст всегда стараются понять общий смысл текста и только потом с помощью детального **анализа** частей, разбора каждой части и связей между частями вновь **синтезируют** целое, вновь создают суть и смысл текста. Движение к диалектическому, органическому, понятому целому лежит от схематически, поверхностно обозначенного целого к органично-диалектическому целому и составленного из взаимообусловленных и взаимопроникающих и в то же время противоречивых частей» [17].

Диалектика части и целого, анализа и синтеза, индукции и дедукции порождает множество методических проблем, в частности, важную проблему определения границ относительной самостоятельности и целостности разделов, но весьма примечательно, что эти границы в математике строго обозначены. Далее мы убедимся в правильности приведённых слов на примере единства и противоположности всех **разделов** и **тем** (ещё есть и третья координата – **трудность**) математики, способы её природосообразного изучения является предметом обсуждения данной статьи.

2. ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ ПИСЬМЕННОЙ И УСТНОЙ РЕЧИ. Этот принцип, будучи одним из главных особенностей русской школы, тесно увязан с первым принципом природосообразности, являясь по сути способом его **проведения в жизнь**.

По мнению великого русского педагога К.Д. Ушинского, первоначальное преподавание русского языка имеет следующие цели: учить ясному пониманию письменной и печатной речи, учить ребёнка грамотно, быстро и ясно выражать мысли устно и письменно [7, 10]. Мы знаем целую плеяду русских писателей и поэтов от В.А. Жуковского и до С.А. Есенина, создавших гениальные произведения, вошедшие в мировую классику, причём А.С. Пушкин был создателем современного русского языка.

Эффективная система обучения существует **только одна**. Она соответствует природе человека (природосообразна) и подчиняется законам психологии человека. Во главу угла в ней положена **речь** как самое важное отличие человека от животного. Речь (письменная и особенно устная), мышление (образами и абстракциями) – это одно и то же. Речь (и следовательно, мышление) бывает **описательной, объяснительной, доказательной**. Путь от описательной речи к доказательной есть путь природосообразного обучения, так как доказательная речь наиболее трудна. Все другие принципы и ценности русской школы так или иначе связаны с первыми двумя основополагающими принципами.

Чем более полно и сознательно применяется и проводится в жизнь эти принципы, тем эффективнее процесс обучения. Нет никакой необходимости изобретать нежизнеспособные, надуманные системы и методики обучения, не основанные на природосообразном принципе. Это не приводило и никогда не приведёт к положительному результату, история знает массу таких попыток, все они окончились крахом и неудачами, принося в школу больше вреда, чем какой-то пользы [18, с. 66].

Напротив, история хранит память о трёх очень удачных реализациях природосообразных систем обучения.

1. Академия Платона, просуществовавшая 915 лет, готовившая руководителей рабовладельческого государства, сенаторов, политиков, законодателей, военачальников, основанная на выработке красноречия, устных диалогах, устного ораторского искусства и открытой устной полемике.

2. Русская школа, унаследовавшая некоторые черты Академии, основанная на письменной и устной речи и существующая по сей день в виде Русской классической школы (рук. Т.А. Алтушкина).

3. Система обучения В.Ф. Шаталова [19], расширившая принципы русской школы законами психологии и психолингвистики, основанная на систематическом использовании письменной и устной речи, с применением опорных сигналов [20], что значительно повышает продуктивность мышления (а не механической памяти, как “умозаключают” некоторые авторы [21], не берущих во внимание ни общую психологию, ни классическую психологию возрастного обучения).

Других реализаций эффективной природосообразной системы обучения мы не находим, остальные узкие попытки заменить принцип природосообразности другими принципами (ВТУ-принципом, принципами деятельности и развития, компетентностными подходами, использованием информационных технологий в отрыве от принципа природосообразности) закономерно терпят неудачу и, главное, никогда не смогут привести к положительному результату.

Академия Платона готовила политиков и руководителей государства. Изучалось ораторское искусство (риторика), **красноречие** как главный инструмент руководства государством в различных государственных институтах (сенате, суде, народных собраниях, в коллегиях). Надо говорить грамотно, поэтому учились языки, родной и иностранные. Платон владел се-

мью языками. Надо говорить убедительно, для этого надо ум в порядок привести, изучались математические дисциплины: арифметика, геометрия (создана Евклидом). Надо говорить логично, поэтому изучалась формальная логика (создана Аристотелем, учеником Платона). Надо уметь искать, добывать истину в прениях, вести диалоги, споры, дискуссии, причём прилюдно, при большом количестве слушателей. Изучались законы диалогов, споров, возникла диалектика (законы отыскания истины). В сенате решались сложные вопросы государственной важности, например, начинать войну или не начинать. Можно привести сто доводов «за» и сто доводов «против», будет сто плюсов и сто минусов. Отыскать истину, т.е. чего больше – минусов или плюсов, совсем не просто. Надо ещё быть высокообразованным человеком, поэтому изучались география, астрономия, политические науки, военные науки, налогообложение. Надо ещё быть порядочным человеком. Изучалась также этика: что такое нравственность, долг, истина, честь, свобода, достоинство, справедливость и т.п. Таким образом формировалась и существовала идеология рабовладельческого государства, которая впитывалась сознанием. Надо ещё быть мудрым человеком. Изучались философия (от греч. «любовь к мудрости»), общие законы мышления и бытия, закономерности познания. Уметь видеть общее в конкретном и, наоборот, конкретное в общем. Иметь мировоззрение. Платон был идеалист, его ученик Аристотель – материалист. Любить истину и неутомимо искать к ней дорогу. Надо быть артистичным, уметь играть разные роли – и руководителя, и подчинённого, оратора и слушателя, ценить искусство, понимать красоту, величие, доблесть (сейчас понимать эти категории не только не учат, но наоборот, учат воспринимать только **безобразное**). Изучалась эстетика, поэзия, законы стихосложения, законы драматического искусства. Надо уметь петь и играть на музыкальных инструментах, понимать законы театра и принимать участие в постановках. Надо быть

здоровым, выносливым, поэтому занимались атлетикой, закаливанием. Надо вести здоровый образ жизни. Только в здоровом теле здоровый дух, способный идти дорогой свободы и истины. В итоге надо быть гармонично развитым человеком, творческим руководителем на благо своего родного, кровного, рабовладельческого государства.

У греков не было бумаги, печатных станков, информационных технологий и это предопределяло верный путь обучения и познания естественным образом. Мы находим в истории Греции удивительные примеры проникновения разума в суть мироздания, методы обучения Платона с помощью речи, устных бесед, учение об атомном строении вещества (за 2500 лет до экспериментального доказательства), построении евклидовой геометрии, её содержательной части в полном объёме, создании формальной логики, материалистического понимания природы, владении диалектикой абсолютного и относительного задолго до явного формулирования её законов Г. Гегелем. В последствии и до сегодняшнего дня мы видим утрату этой гармоничной системы образования, основанной на природосообразности. Потеряны верные исторические ориентиры. Несомненно, влияние греческой цивилизации на формирование диалектического мировоззрения, воздействие греков на европейское искусство, науку, политику велико.

Две другие системы обучения не столь сложны и в значительной мере урезаны в объёме. Принцип системного использования в русской школе устной и письменной речи: чтение, сочинение, пересказ, свободное говорение. Но не изучалось в должной мере красноречие, диалектика, философия, формальная логика, не уделялось достаточно внимания к физическим упражнениям.

Знать и понимать системы прошлого необходимо. Не потому ли и был А.В. Суворов велик, что обязывал офицеров внимательно изучать «старинные, ближайшие и текущие войны». Развитие осуществляется по

спирали, в настоящем содержится прошлое, в прошлом уже содержалось будущее, только на низшей спирали [14].

Далее идут 10 принципов, взятые из работы [3]. Мы дадим новую нумерацию принципов, в кавычках приведём их пояснение, взятое из работы [3]. В скобках указаны номера данные И.П. Костенко в [3].

3.(2) ПРИНЦИП СИСТЕМНОСТИ: «знания и навыки, сообщаемые учащимся, должны располагаться в определённой системе и строгой последовательности. Это означает, что последующее должно быть связано с предыдущим, базироваться на предыдущем, вытекать из него» [3].

Систематические знания (только такие нужны) представляют собой строго оправданную систему тесно увязанных понятий, наиболее удобную для усвоения, хранения в памяти и практического использования в жизни и практической деятельности. В этой системе знаний ничего существенного нельзя упускать, ничего нельзя менять местами без ущерба для восприятия, осмысления, запоминания и применения на практике. Теоретические и практические знания тесно увязываются и не существуют отдельно [7, 8].

«Природосообразная система обучения и последовательность разделов и тем не придумываются методистами, не пишутся на заказ или под какой-то конкурс, а вырабатываются **исторической, длительной практикой обучения** и может быть создана только с учётом результатов этой практики» [1].

Что касается математических знаний, то они могут быть представлены в виде строго систематизированных двух таблиц (числовые системы и алгебраические системы), в которых невозможно менять между собой местами ни разделы, ни темы. Таблицы состоят из разделов (столбцы) и тем (строки). Темы едины в таблицах, и образуют периоды [22].

Темы \ Разделы	N	D	Z	Q	R	C
Общие понятия						
Числовые выражения						
Текстовые задачи						
Прогрессии						
Простейшие функции						
Задачи с модулем	--					

Рис. 1. Таблица разделов в числовых системах: N – раздел натуральных чисел, 1–5-е классы; D – раздел обыкновенных дробных чисел (5-й класс); D10 – раздел десятичных дробей (5-й класс); Z – раздел целых чисел (6-й класс); Q – раздел рациональных чисел (6-й класс); R – раздел вещественных чисел (6 – 7-й классы); C – раздел комплексных чисел (10 – 11-й классы)

Темы \ Разделы	O	M ₁	M ₂	M _n	Q _s	A	P ₊	L ₊	T ₊
Общие понятия									
Тождества									
Уравнения									
Текстовые задачи									
Функции									
Неравенства									
Задачи с модулем									
Задачи с параметром									
Предел									
Дифференцирование									
Интегрирование									

Рис. 2. Таблица разделов в алгебраических системах: O – раздел одночленов (7-й класс), M₁ – раздел полиномов 1-й степени (7-й класс); M₂ – раздел полиномов 2-й степени (7-й класс); M_n – раздел полиномов 3-й и выше степеней (8-й класс); Q_s – раздел дробно-рациональных записей (8-й класс); A – раздел алгебраических записей (9-й класс); P₊ – раздел объединение показательных и алгебраических записей (10–11-й класс); L₊ – раздел объединение логарифмических записей и P₊ (10–11-й класс); T₊ – раздел объединение тригонометрических записей и L₊ (7– 11-й класс)

Заметим, что для структур P_+ , L_+ , T_+ до сих пор нет названий. Под P_+ понимается множество записей объединение алгебраических A записей и показательных P , под L_+ – множество объединение P_+ и логарифмических L ; под $S = T_+$ – множество объединение L_+ и тригонометрических T

записей. Мы не будем углубляться в математические тонкости строгих теоретических построений, любой педагог, имеющий опыт преподавания, легко осознает суть: появление нового раздела связано с появлением новой обратной операции.

Теоретическим, научным основанием таких представлений служит учение Н. Бурбаки [23], применимая к разным дисциплинам [24, 25]. Согласно учению любая математическая дисциплина представима в виде математической структуры. Под структурой понимается множество элементов с заданными на них отображениями. Отметим, что в современном объектно-ориентированном программировании эта конструкция (тип) называется **классом**. Например, натуральные числа есть структура элементов (чисел, записей) с заданными двумя отображениями (операциями, действиями) сложения и умножения, подчиняющихся пяти аксиомам (коммутативности, сочетательности, дистрибутивности) или с одной операцией штрихования и с пятью аксиомами Пеано. Любой раздел в таблицах можно рассматривать как структуру записей с первичными свойствами (аксиомами). Каждый раздел, можно считать отдельной дисциплиной.

Важно то, что каждый следующий раздел поглощает целиком предыдущий. Можно построить диаграмму Венна основных структур.

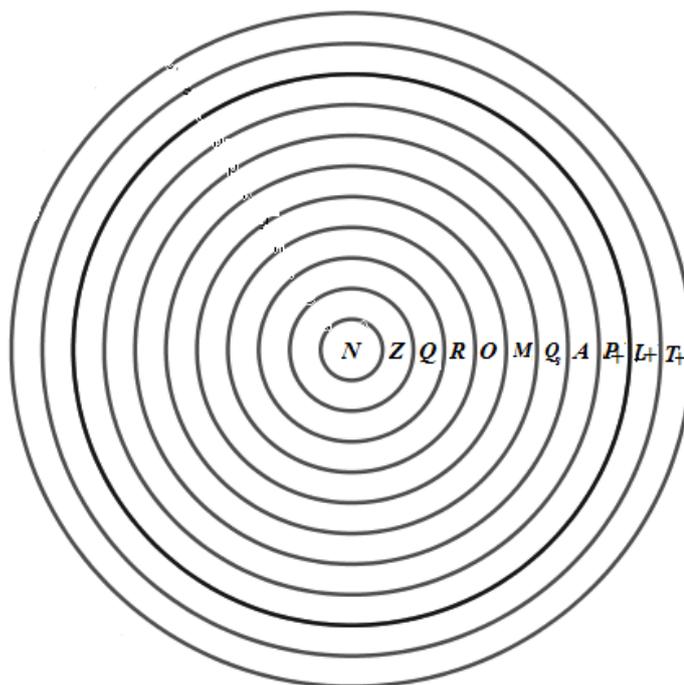


Рис. 3. Диаграмма Венна для разделов математики, каждое обозначение относится к кругу, а не кольцу.

Отметим также удивительное, по сути дела, сходство, представленных табл. 1, табл. 2 с известной периодической системой химических элементов Д.И. Менделеева. Как и в таблице Менделеева имеются разделы (группы элементов, столбцы) и темы (периоды элементов, строки). В столбце сверху вниз, как и в таблице химических элементов, нарастает сложность записей одной структуры. С другой стороны наблюдается периодические закономерные изменения свойств записей, находящихся в строках.

Предоставляется замечательная возможность наблюдать проявление законов диалектики: единство законов природы, проявляющихся в единообразии их проявления, законов периодичности, которым подчиняется реальная природа, единство и проникновение (борьба) противоречий, внутреннее противоречие, как пружина развития (саморазвитие, противоречие между всегда выполнимыми прямыми действиями и стремлением к полной

выполнимости обратных действий на множестве, что и служит причиной появления каждого нового раздела), накопление количественных изменений и скачкообразный переход в новое качество (плавное изучение по темам некоторого раздела и скачкообразный переход к новому разделу), отрицании отрицания (каждый новый раздел отрицает предыдущий с удержанием всего положительного), диалектика развития как замена тезиса новым тезисом (каждый новый раздел – это объединение старого тезиса и нового антитезиса) и пр.

Отметим также, что системность химических знаний, отражённая в таблице Д.И. Менделеева, давно уже учитывается педагогами-химиками, и современные учебники химии и для школ, и для вузов строятся в соответствии с содержанием этой таблицы, но в математике и по сей день не учитывается периодичность математического знания. Единственным исключением следует считать не вполне завершённую (только числовые разделы, табл. 1) попытку авторов МГУ – школе [26] представить знания в соответствии с объективным строением разделов. Показательно обращение В. Садовниченко к учащимся в этом учебнике: «Учебники серии МГУ – школе позволяют учащимся получить хорошее образование и помогут выработать правильный взгляд на основы научного знания. Это важно. Большинство школьных предметов – фундамент Здания Науки. Лучше сразу понять, как он устроен, чтобы потом при изучении верхних этажей не возвращаться к исследованию фундамента» [26].

Это обращение можно трактовать как краткое напоминание, что математика — это подобие здания, где этажами являются разделы табл. 1 и 2. Других попыток построения учебников в строгом соответствии с «этажами» математики нет, причины отсутствия попыток не очень ясны, ведь системный смысл таблиц достаточно очевиден.

Следует подчеркнуть, что физики также строят обучение строго по

разделам: статика, кинематика, динамика, электричество и т.д. и нигде не мешают темы разных разделов. Только математики странным образом мешают все разделы, чудным образом перескакивая из одного раздела в другой, затрудняя тем самым понимание сути самой математики. И, кстати сказать, причина перехода от одного раздела к другому ни в одном учебнике явно и достаточно подробно не обсуждается. Таким образом, следует вывод, что современные учебники математики пишутся довольно хаотично, не учитывая системный характер математического знания, и это несмотря на то, что математики, более чем кто другие, гордятся своей логикой и последовательностью, и более чем кто другие, любят философствовать и рассуждать о правильном, эффективном преподавании.

4.(1) ПРИНЦИП СОЗНАТЕЛЬНОСТИ (осмысленности) усвоения знаний. «Что значит сознательные знания? Знания, наделённые смыслами. Как проверить? Задать вопрос: почему?» [3].

Сознательность основывается на понимании. Понимание основывается на системности, последовательности знаний, умении отвечать письменно и устно на вопросы: почему? зачем? как? для чего? с какой целью? Главный признак понимания — это умение применять теорию к практике решения задач и описывать, объяснять или доказывать изучаемые положения.

Термин «понимание» происходит от слова «понятие». Усвоение первичных и фундаментальных понятий (первая строка в табл. 1 и 2) есть основа глубокого понимания изучаемой дисциплины. При построении теории круг понятий расширяется, но каждое новое вводимое понятие базируется на старых (всегда есть возможность построить наглядный граф, способствующий пониманию и запоминанию материала предмета). Важна простая и естественная иерархия наиболее важных понятий, легко обозримая и отражающая их связи, это тоже способствует неформальному усвоению сути. Понятие о разделе (столбце), понимание причин, вызывающих

его возникновение (т.е. понимание генетической связи разделов) есть, разумеется, важнейший фактор понимания математики в целом, понимание глубинной сути объективного строения математического знания. Умение строить разделы индуктивно и дедуктивно, письменно и устно – признак глубокого понимания сути математики. В настоящее время упрощённое создание видео самими учащимися (очень любят снимать себя и показывать окружающим) с помощью смартфонов позволяет легко контролировать этот признак.

Прямые операции сложения, умножения, возведения в натуральную степень не выводят за рамки натуральных чисел, однако попытка расширить множество рассматриваемых чисел так, чтобы всегда выполнялось деление, приводит к дробным числам. А расширение натуральных чисел до целых позволяет всегда выполнять вычитание. Таким образом, от начала первого столбца табл.1 и до конца последнего столбца табл.2 каждый столбец есть результат расширения старых записей и появление новых записей с целью, чтобы всегда выполнялась новая обратная операция.

Обратный ход, дедуктивный способ построения разделов с помощью аристотелевского метода дихотомии понятий возникает при повторении. Все записи математики ($S = T+$) над полем вещественных чисел (хотя ничто не мешает рассмотреть и над полем комплексных чисел) делятся на: тригонометрические (T) и нетригонометрические ($\bar{T} = L+$); нетригонометрические делятся на логарифмические (L) и нелогарифмические ($\bar{L} = P+$); нелогарифмические делятся на показательные (P) и алгебраические записи (A); алгебраические делятся на рациональные (Q_s) и иррациональные (I_s) записи; рациональные записи на дробно-рациональные (D_s) и целые-рациональные (M_n – полиномы); целые рациональные на одночлены (O) и записи являющиеся суммой двух или более одночленов; одночлены – на вещественные (R) числа и произведение состоящее из двух или более дей-

ствительных сомножителей; вещественные числа – на рациональные (Q) и иррациональные (I); рациональные – на целые (Z) (записанные без знаменателя) и собственно рациональные (записи со знаком $+$ или $-$, имеющие знаменатель); целые делятся на натуральные (N) и целые неположительные.

Таким образом, имеется прямой индуктивный ход построения таблиц (при первичном обучении) и обратный ход дедуктивный (при повторении). В каждом разделе мы видим последовательность одних и тех же тем. Это и есть методическая системность, вызывающая понимание природы математики.

Совершенно ясно, что первоначальное изучение в школе возможно только индуктивным способом, с достаточно глубоким изучением каждого из разделов. Однако, что означает достаточно глубокое изучение? Вполне возможно, что каждый раздел нужно изучать дважды – на простом и более сложном уровне. Какие темы должны изучаться в школе можно выяснять только длительной **практикой**. Очевидно, что должны присутствовать темы: первичные понятия и действия, тождественные преобразования, уравнения, функции, неравенства, модуль, но нужно ли изучать темы: параметр, параметр и модуль совместно, нужны ли в школе дифференциальное и интегральное исчисления как темы в разделе? Вполне возможно, что в условиях информатизации образования, доступности информации (Интернета), наличия математических пакетов странно было бы ограничивать существующие темы в разделах, но тогда следует указать и эффективные способы обучения.

Вообще физики преподносят математикам наглядный урок дидактики, который не грех и позаимствовать и, возможно, это единственно правильный путь решения проблемы. В физике ещё в большей мере, чем в математике, современная эпоха представила сверхсложные теории атома, квантовых явлений, теории атомного ядра, теории относительности (специальной и общей), теории полей и элементарных частиц, теории космоса.

В школе нет никакой возможности серьёзно изучать эти дисциплины, однако, открыв любой учебник по физике, мы увидим, что каждой из перечисленных теорий посвящена отдельная глава, имеется простое изложение основ теории и набор первичных задач, на изучение отведено определенное количество часов. Этим и ограничивают знакомство со сложными теориями.

Математики строят обучение неестественным образом. Например, растягивают изучение теории вероятностей на годы обучения в средней школе, довольно хаотично включая её разделы и темы в алгебру, что только затрудняет изучение, не давая цельных знаний и приводит к искажённому представлению о дисциплине.

Ещё хуже обстоит дело с геометрией, в которую странным образом намешали и векторную алгебру, и аналитическую геометрию, и анализ, и аксиоматическое построение, и теорию измеримости, все это назвали геометрией и десятилетиями думают, как разрешить противоречие, но удовлетворительного результата нет и быть в принципе не может, потому что каждая дисциплина имеет свой предмет, свой метод, свою цель, совмещать и мешать которые, недопустимо. Это приводит к потере главного качества обучения – **понимание предмета**. Вывод: современное обучение математики проводится не в полном соответствии с принципом сознательности.

5. (6) ПРИНЦИП ПРЕДМЕТНОСТИ «требуется строить обучение последовательными *цельными* блоками (учебными предметами). Не смесь (хаос) разнородных предметов, формально объединённых в один предмет под названием математика (*или геометрия*), а система взаимосвязанных цельных предметов, распределённых во времени, на весь период обучения» [3, с. 4].

Данный принцип продолжает предыдущий. «Цельность учебного предмета обеспечивается тесной внутренней *взаимосвязью* всех его частей, которая определяет такую же связь знаний о предмете в голове учащегося,

и которая является необходимой предпосылкой неформального, сознательного и прочного усвоения» [3, с. 4].

Не хаотическая смесь разнородных дисциплин в рамках одной дисциплины, а строго отграниченных, самостоятельных дисциплин или самостоятельных разделов (табл. 1 и 2) (каждый раздел можно рассматривать как отдельную дисциплину, особенно это касается раздела тригонометрических записей) со своей целью, со своим предметом, со своими методами, со своими задачами, со своим количеством часов и строго сформулированными ожидаемыми конкретными результатами обучения. Подчеркнём: **конкретными** результатами, а не **общими**, вроде достигаемого какого-то развития или овладения какими-то надуманными компетенциями. Результаты и требования формулируются (более-менее) конкретно и подробно, касательно знаний, навыков, умений. Например: знать как решить общее квадратное уравнение, знать как решить приведённые квадратные уравнения, знать как воспользоваться более простой формулой при чётном втором коэффициенте в уравнении, иметь навык решения, например, следующих 20 задач по заданной формуле, уметь решать перечисленные (и перечислить их) квадратные уравнения, выбирая нужную, в зависимости от типа квадратного уравнения, более простую формулу, уметь применять теорию квадратных уравнений к следующим текстовым задачам (и дать номера задач), уметь применить теорию квадратных уравнений к задачам на арифметическую прогрессию (и дать номера задач) и т.д. т.е. перечислить все необходимые для достижения конкретной цели задачи. Их количество выясняется длительной, широкой практикой применения методики в школе. А задачи для самостоятельного решения, олимпиадные задачи тоже имеют конкретный конечный список, а не общее требование – уметь решать олимпиадные задачи. Умение и развитие появляется как **результат**, а не как **цель**.

Изложение материала большими, взаимосвязанными структурно-целостными блоками позволяет увидеть единую картину там, где раньше был хаос, разрозненные фрагменты, не дававшие представления ни о роли раздела в общей системе знаний, ни о внутренних взаимосвязях.

Невозможно требовать **владения** предметом или даже темой. Это удел учителей, когда лет 20 – 30 поработают в школе, причём заинтересованно и творчески преподавая свой предмет, наберут свою базу задач, сформируют свое «видение», напишут своё пособие, тогда только можно говорить о владении предметом. Часто мы слышим, что надо научить думать, и повторяется это как заклинание. Ещё чаще повторяется фраза о необходимости развития, но когда спрашивается, в чем же состоит конкретный метод и тайный секрет, как же вы учите думать или развиваете, то, как правило, обнаруживается, что даются задания намного превосходящие силы учеников (**трудность** есть третья координата в таблицах и математическое, да не только математическое знание, имеет трёхмерное строение), преждевременные задания из следующих разделов таблицы, при этом не учитываются даже возрастные ограничения. Неудивительно, что ученики теряют мотивацию и интерес к обучению, поскольку у них полностью отсутствует возможность, что либо понять.

Несомненно, надо научить думать, но только так, как описано выше, конкретные вполне обозримые и посильной трудности задачи, основанные на рассматриваемой **в данный момент теме и разделе**. Практика школы В.Ф. Шаталова [19] показывает, что тогда появится и желание думать, и интерес, и результат проявится сам собой автоматически: ученики научатся думать, и это есть развитие.

Известна фраза, не раз повторяемая, что ученик — это не сосуд, который надо наполнить знаниями, а факел, который надо зажечь. В.Ф. Шаталов возражал на эту фразу следующей репликой: «Не наполнив, не зажжёшь, не

наполнишь факел горючей смесью, он гореть не будет, кроме чада и дыма ничего не получите. Знания первичны, творчество вторично. Пустая голова не мыслит и не творит» [19]. Древние пропитывали факел нефтью.

Знания проверяемы и могут требоваться, а творчество (развитие) в принципе проверить невозможно (из-за отсутствия критериев, никто и никогда это не мог проверить, педагоги занимаются самообманом и самообольщением), творчество появляется как следствие природосообразного обучения, качественный скачок к творчеству возможен в результате количественных накоплений. Количественные накопления приводят к качественным сдвигам, таков закон природы. Только критическая масса урана приводит к атомному взрыву, меньшая масса не приводит, и эта вполне разумная, основанная на диалектике *количества и качества* аналогия применима и к методикам обучения разным дисциплинам.

Только так решается проблема и никак иначе – согласно принципу природосообразности и диалектике познания. Момент перехода от репродуктивного освоения знания к творческому, нестандартному решению задач всегда появится (!), но только вследствие эффективной природосообразной методики и только как следствие её правильного применения. Чем больше следовать природосообразности, тем лучший и глубокий результат получается на выходе.

Разделы в таблицах есть крупные блоки, ячейка в таблице — это малый блок. Большой блок состоит из малых упорядоченных блоков. Математические разделы — это блоки, делящиеся на более мелкие блоки, **темы** (ячейки таблиц). Темы в разделе и сами разделы тесно связаны.

Две таблицы дают ещё два крупных блока. При приходе от раздела к разделу осуществляется качественные скачки 1-го уровня, а при переходе от числовых систем к алгебраическим (от табл.1 к табл.2), после обширных

количественных накоплений, можно совершать успешный качественный скачок 2-го уровня, от чисел к буквам.

Отметим особо, что при изучении пределов, производных, интегралов скачок будет совсем иным, раздел останется тем же самым, только появится новое действие, взятие предела в рамках того же раздела. Это новая тема в разделе, а не новый раздел. Темы высшей математики повторяются в строке таблицы, из раздела к разделу, только объекты у них разные, а способ их применения (взятие предела) один и тот же.

Это **ключ** к пониманию простой, понятной и очень эффективной методики обучения. Раздел аккумулирует материал предыдущих разделов. Данное положение имеет и более глубокий смысл в диалектике научного познания. Нет теорий, которые бы не вбирали в себя более простые теории и далее мы обсудим это более подробно.

Очень важно и то, что при повторении возможно движение не только по разделам один за другим, слева направо, столбец следует за столбцом таблицы – индуктивное движение, при повторении справа налево – дедуктивное движение. Но возможно движение по конкретной теме горизонтально по строке: слева направо – от частного к общему, справа налево – от общего к частному.

Совместное использование индукции (при первичном изучении) и дедукции (при повторении), конечно, приводит к более прочному, глубокому пониманию и освоению знаний. Таблицы являются и наглядными, осязаемыми образами, и образами более высокого порядка, потому что за связями ячеек таблиц, или столбцов, или строк лежат абстрактные математические законы, за ними стоит природа математики, её объективное строение, общие закономерности, связывающие столбцы, с одной стороны, и строки – с другой, разные способы мышления (анализ и синтез, индукция и дедукция).

За столбцами таблиц лежат законы появления новых объектов, а за строками общность приёмов решения задач. Что значит решить например, логарифмическое уравнение? Это умение упростить его, например, до дробно-рационального уравнения (с учётом ограничений), а затем до целого рационального и найти корни полинома, отбросив те, которые не входят в допустимое множество. То есть уметь двигаться по строке, справа налево. Вывод: принцип предметного обучения следует более последовательно использовать при обучении математике: только такой разносторонний путь ведёт к активному творчеству, других путей, противоречащих принципу предметности не следует даже искать.

6.(3) ПРИНЦИП ПОСТЕПЕННОСТИ: «переход от одной ступени к другой может совершаться лишь тогда, когда хорошо усвоена предыдущая ступень. Нужно медленно, тщательно выяснять и осваивать каждую произведённую *операцию*, пока выполнение не станет прочно усвоенным навыком» [3, с.3].

Хотя в принципе у И.П. Костенко указана «отдельная осваиваемая операция», должно быть ясно, что принцип относится и к малым, и к большим блокам. В свете представленных таблиц этот принцип означает, что переход к следующему разделу (столбцу–блоку) невозможен, пока достаточно не освоены предыдущие столбцы. Для осознанного усвоения раздела необходимо время, нужно освоить знания, приобрести твёрдые навыки и умения, решать разнообразные задачи 1–3-го уровня сложности. Мы убеждаемся в том, что таблицы имеют трёхмерное строение, третья координата трудность. Каждый раздел не может быть качественно усвоен за один проход, требуется два, три и более проходов, повторяя его и при этом углубляясь в раздел. Эта особенность отражена в методике Г.Г. Левитаса – в его технологии учебных циклов: при поэтапном (до 6 этапов) формировании умственных качеств личности [27].

Умственные качества личности (опыт личности) не формируются сразу, одномоментно, об этом говорит и классическая психология [7, 8, 19] (выводами которой математики пренебрегают, не знают и, главное, не желают знать), предоставляя три таблицы [7, 8] для 5–6 этапного развития каждой стороны опыта личности: знаний, навыков и умений. Циклическое, поэтапное освоение разделов (и тем) представляется по необходимости обязательным условием глубокого и творческого обучения. Глубокие знания тоже не приобретаются вдруг, и только поэтапное углубление в материал раздела даёт владение этим разделом и ученику, и учителю, при этом скорость прохождения каждого следующего раздела возрастает, так как сами приёмы одни и те же и повторяются от раздела к разделу, автоматизированные качества ума и опыта личности (который растёт) становятся центрами глубоких знаний и умений, основой интуиции и творчества, а это и есть развитие личности.

Предположим, изучается тема – квадратные уравнения, рядом в непосредственной близости находятся темы: все темы линейных записей уже изученные, исследование линейной и квадратичной функции, преобразование квадратных и линейных выражений и все это в глубину для 1–3-го уровня сложности. Установить, понять все связи, – не простая задача. Именно от такой трудности возникают причудливые антиприродные способы обучения у сторонников деятельностных и развивающих методик обучения, вроде того, что надо не обучать, а развивать личность, развивать надпредметные умения в отрыве от предметных (несомненный вздор).

Или другой случай, изучается тема, например – квадратичная функция, однако предел, производная от квадратичной функции лежат ниже в этом разделе. Совершенно ясно, что только повторное, более быстрое прохождение раздела квадратичных записей M_2 на более глубоком уровне позволить решить проблему. При первом прохождении раздела квадратич-

ных записей производные не используются, при втором используются. При цифровизации учебников и задачников следует осуществить поэтапность прохождения теории и практики, и это значительно легче осуществить, чем в бумажном учебнике. Это одно из преимуществ цифровых учебников.

В.Ф. Шаталов, опыт которого давно надо изучить, понять и применять, так как он полностью соответствует природосообразному принципу и классической психологии (а других путей просто нет), поэтому показывает высочайшую эффективность. Например, рассказ учителя, два, три, а то и четыре раза, с разными вариациями, под разным углом зрения и скоростью (знакомство с новым материалом под разными углами, скорость в цифровых видео легко варьируется самим слушателем). Повторение учителем узловых моментов по цветным плакатам (в настоящее время можно использовать электронную доску, планшеты, где палитра красок гораздо больше, хотя много не надо) с опорными сигналами (фиксация основного, главного и отделение второстепенного, выделение логического каркаса – это есть мышление!). Повторение учениками дома материала по уменьшенной копии опорных сигналов, у каждого должны быть цветные копии в бумажном (и в настоящее время в электронном виде (упрочение знаний 1-й этап, и это мышление!). Работа с учебником и опорными сигналами, подготовка к письменному ответу (углубление знаний разве не мышление?). Письменное воспроизведение (письменная речь) листов с опорными сигналами (упрочение знаний, 2-й этап, то же самое!). Ответы (устная речь – это самый важный вид мышления!!!) и прослушивание устных ответов товарищей по опорным сигналам в разных вариациях (внутренняя речь, понимание речи, аудирование, придание гибкости знаниям и мышлению, важнейший тип мышления по слуховому восприятию устной речи!!!).

В настоящее время письменное и устное воспроизведение, а также с использованием смартфонов для записи собственной речи и устных вы-

ступлений (для повышения эффективности использовались все три способа) делают процесс познания увлекательным и эффективным, результат при длительном и всеобщем применении гарантированно будет высоким, потому что все (и учителя, и ученики) очень любят себя снимать и показывать другим. Соревнование в качестве показа увлекает учащихся и преподавателей. Тут в нашем распоряжении обширное поле, а если вспомнить методику Р.Г. Хазанкина и частный педагогический эксперимент Дж. Пиаже (вертикальная педагогика, когда старшие учат младших), то можно прийти к выводу, что многие потенциальные возможности скрыты в совместном применении информационных технологий и природосообразного принципа.

В.Ф. Шаталов всегда стремился использовать, доступные в его время, технические средства для повышения эффективности обучения: катушечные и кассетные магнитофоны, магнитофонный опрос, тихий опрос, кинозаписи, телевизоры, информационные стенды, движущуюся непрерывную доску (в МГУ на физическом факультете широко используется [28]), бухгалтерию разговорной речи в таблице, системно-блочное изложение в таблицах, опорные конспекты и творческие сигналы для умственной работы в бумажном виде, одноместные парты, магнитофон для предотвращения конфликтов и повышения объективности оценки, магнитофон и повышение плотности устных ответов, использование наглядных пособий в миниатюре и больших размеров, ведомости открытого учёта знаний, открытые дневники и журналы, «странные» чертежи, каталог задач, наглядную функцию решённых задач, фильмы поурочно-классной работы, наглядные плашки для психологического воздействия, книгу, как объект работы (сейчас книги есть в электронном виде), чтение книг и речь [19, ч. 1. с. 33, 60, 67, 103, 107, 117, 125, 129, 131, 223, 227, 254, 270, 277, 282, 319, 329, 333, 337, 374].

В 2001 г. В.Ф. Шаталов писал: «Возможно недалеко то время, каждая семья будет иметь возможность иметь видеоманитонные приставки к телевизорам, при умелом использовании которых можно поднять учебный процесс в школе на новую качественную высоту» [19, ч. 1, с. 132]. Мы теперь имеем гораздо больше – компьютеры, смартфоны, виртуальные лаборатории, математические пакеты, но поднять на качественно новую высоту, желания не наблюдается (!?), напротив, есть желание без конца сочинять бессмысленные педагогические инновации.

После 6 этапов работы над теоретическим материалом, после того, как формулы стали ближе, правила понятнее, выводы яснее, приходит пора попробовать силы в решении задач. Далее идёт решение поясняющих примеров (осмысление навыка): решение задач учителем и проба сил в самостоятельном решении (сознательные, но неумелые навыки [7, 8]); практика в решении задач в соединении с опорными сигналами (автоматизация навыков); обилие решаемых обязательных задач по плашкам (высокоавтоматизированный навык, формирование умений); свободная работа с набором задач, опорными сигналами, учебниками, пособиями, решение избыточных, сложных задач олимпиадного уровня (высокоразвитые умения). Так достигается главная цель – удовлетворение и наслаждение от учёбы: Я все могу!

Цель обучения достигается тем, что цветные яркие опорные сигналы и живая устная речь приводят к слаженному взаимодействию и взаимному усилению обеих сторон мышления, основанных на одновременном использовании 1-й и 2-й сигнальных систем психики, в специальной социально-организованной среде. Образно-наглядное мышление, образная память, а также связанные с образами эмоции и абстрактно-логическое мышление функционируют совместно в условиях социализации коллективного познания.

Отметим, что В.Ф. Шаталов, кажется, единственный педагог, использующий в социальной среде обучения элементы массового гипноза. Ученику постоянно, настойчиво, систематически внушается мысль о его высокой способности к обучению, никаких сомнений в этом не допускается. Так же поступал А.В. Суворов с его знаменитым обращением к солдатам: «Вы воины Отечества, Чудо-Богатыри! Для вас нет ничего невозможного, враг перед вами дрожит, враг перед вами бежит!».

Как формируются глубокие, широкие и одновременно гибкие знания, как приобретаются навыки и умения, можно детальнее посмотреть в интернете согласно учебнику К.К. Платонова и Г.Г. Голубева, советских академиков [7, 8], руководивших Институтом психологии по работе с лётчиками-испытателями и первыми советскими космонавтами.

Знания, навыки, умения, формируются в 5-6 этапов (всего получается 15 – 18 этапов), таковы выводы настоящей классической, природосообразной науки психологии [7, 8]. То есть столько раз возвращаться к разделам в течение всех лет обучения, чтобы получить на выходе творческую личность, всякий раз отдавая себе отчёт, какие уровни сложности достигаются, какие приобретаются умения решать задачи повышенного уровня сложности – здесь нет ничего невозможного. Накопление количественных изменений приводит к качественным скачкам. Невозможно получить качественные сдвиги без количественных изменений – это вывод наук философии и диалектики познания.

Эти выводы можно сравнить с теориями таких учёных, как Ж. Пиаже и Л.С. Выготский. По нашему мнению достаточно просто прочитать, анализируя и сравнивая книги настоящих психологов и кабинетных учёных, чтобы прийти к однозначному выводу: какой немислимый вздор с точки зрения диалектики познания и классической психологии нам преподносится современными психологами под видом теории развития и деятельности.

Эти писатели пишут про развитие, но ни разу не дают определения, не упоминают даже, как рассматривается категория «**развитие**» в философии (*по Гегелю!*). Пишут про деятельность, компетентность, универсальные компетенции, гуманизацию, гуманитаризацию образования без опоры на **достигнутый уровень человеческого познания**. Все это выдаётся за передовую науку. Мы не будем давать ссылки, их легко во множестве отыскать в Интернете. История все расставит по своим местам.

МГУ до сих пор остаётся флагманом российского образования. Физический факультет демонстрирует понимание психологии обучения, природосообразного принципа и принципа поэтапного формирования владения учебным материалом [29]. В связи с этим каждый раздел курса квантовой механики состоит из шести пособий: «Лекции», «Лекционный эксперимент», «Лабораторный практикум», «Семинарское занятие», «Методика решения задач» и «Сборник задач».

«Лекционный эксперимент» увеличивает ценность и привлекательность курса. Для установления единого уровня сложности задач и широты охвата материала на семинарах служит пособие «Семинарское занятие». Рассматривается порядок подачи учебного материала, включающий проверку теоретической подготовки студента, обсуждение методов решения задач, анализ физического смысла результата, разбор характерных ошибок.

В пособии по развитию различных умений решать физические задачи «Методика решения задач» показываются различные подходы и приёмы для решения типовых задач. А для самостоятельной работы студентов предназначен «Сборник задач», в котором представлены наиболее характерные и типичные задачи, собранные в систему задач. Почему школьников не учат методике решения задач, а полно имеется просто сборников задач, учебники необоснованно раздуты одними условиями задач. А как их решать? Вывод

такой, что постепенность и методическая всесторонность обучения требует значительной работы для создания современного (видео-) учебника.

7.(4) ПРИНЦИП ДОСТАТОЧНОГО УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ «предполагает взаимообусловленность содержания обучения и учебного времени, отводимого учебным планом на полноценное усвоение этого содержания. Принцип определяет необходимое условие для сознательного обучения. Он предостерегает от перегрузки программ и указывает путь их гармонизации, с одной стороны, сокращением содержания до минимально необходимых *основ* наук, с другой – добавлением числа учебных часов, достаточных для сознательного и прочного усвоения этих основ» [3, с. 4].

Если предыдущие разделы хорошо, основательно изучить, **то времени на освоение последующих разделов нужно меньше.** Вполне курс математики осваивается таким способом за 9 лет (а не за 11 лет) [19], потому что материал повторяется многократно, одни и те же темы, одни и те же приёмы, одни и те же методы, но с возрастанием трудности (которая не имеет верхнего уровня). При решении задачи дело все сводится к упрощению рассматриваемой задачи какого-то раздела к задаче из предыдущих разделов. Строго на разделы делится информационный видео курс физики, созданный Павлом Виктором, на основе классического обучения [30].

8.(7) ПРИНЦИП УЧЁТА ВОЗРАСТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ «детей, в частности, недопустимость непосильных абстракций в обучении и соответствующий детскому опыту *язык* преподавания и учебников (язык задачи обязательно надо приспособить к детям» [3, с. 4].

Следует добавить, что до 14 лет доминирует 1-я сигнальная система, а после 14 начинает развиваться и доминировать 2-я сигнальная система, поэтому после 14 лет все знания, полученные в начальных классах, должны быть переучены, переосмыслены.

Сначала числовые системы (табл.1, в основном без букв), потом все те же действия с буквами (табл. 2), появление каждого раздела обусловлено появлением нового действия. Учебный материал постепенно усложняется, вбирая все предыдущие разделы, но и дети растут, становятся все более способными понимать усложнения. При переходе от раздела к разделу автоматически учитывается и возраст.

9.(8) ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОГО УСТНОГО СЧЁТА «и устного решения задач и примеров на протяжении всех лет обучения. Устный счёт формирует внутреннее внимание, способность сосредотачиваться, держать в уме несколько элементов мысли. И выполнять над ними мысленные операции» [3, с. 4].

С помощью устного счёта и устного решения задач, примеров на протяжении всех лет обучения формируются базовые качества математического ума. Сегодня устному счету уделяют мало внимания. Письменный счёт тоже не практикуется в должной мере. Простые, типовые, базовые примеры присутствуют в каждой теме из разделов табл. 1 и табл. 2, разумеется их устное решение весьма полезно. Устное и письменное решения задач формируют разные качества ума, которые дополняют друг друга.

10. ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ. Этот принцип не сформулирован отдельно в статье [3], но он очень важен.

Решение текстовых задач вызывает интерес и положительные эмоции и приносит бо`льшую пользу, чем любой другой вид деятельности. Текстовые задачи учат логическому мышлению, догадке, устанавливают связь практики с абстрактными понятиями, **развивают речь**. Попутно выполняются устные вычисления, приводят к понятиям уравнения, функции, знакомят с явлениями и закономерностями окружающего мира, сочетаются с текстовыми задачами геометрии, физики, химии. Их надо решать ариф-

метическим способом (по действиям) и затем алгебраическим (с помощью уравнений), выясняя и усваивая теснейшую взаимосвязь арифметических и алгебраических приёмов.

Систематическое решение текстовых задач, точнее, *классической системы типовых текстовых* задач, служит развитию логического, абстрактного мышления. Решение системы текстовых задач может быть поставлено в качестве первого и самого верного способа развить мышление и речь учащихся, заинтересовать предметом. Это важнейший инструмент обучения и воспитания склонности к естественно-научным дисциплинам, преподавание которых немислимо иначе как на текстовых задачах (арифметика, геометрия, физика, химия, информатика).

В тестовых арифметических задачах наиболее ярко проявляется математическая логика. Любую математическую задачу можно решить с помощью двух логических операций: конъюнкцией и следования (три булевы функции: следование, конъюнкция и отрицание образуют замкнутую и полную систему, таким образом любое булево высказывание, можно сконструировать с помощью только этих трёх функций).

Например, на двух полках 20 книг, а на второй на 4 больше, чем на первой. Сколько книг на каждой из полок?

- 1) Если на двух полках 20 книг, а мы снимем 4 книги со второй полки, то всего станет $20 - 4 = 16$ книг.
- 2) Если на второй полке книг на 4 больше, и мы сняли со второй полки 4 книги, то получим, что на полках будет книг **поровну**.
- 3) Если на двух полках 16 книг и на полках поровну книг, то на полках стоит $16 : 2 = 8$ книг.
- 4) Если на второй полке 8 книг и мы вернём туда 4 книги, то получим на второй полке $8 + 4 = 12$ книг.

Каждое действие есть применение операции следования к конъюнкции двух простых высказываний.

$$S1 \wedge S2 \Rightarrow S3,$$

где $S1, S2, S3$ – простые суждения, \wedge – знак конъюнкции, \Rightarrow – знак следования.

Легко убедиться, что любая арифметическая задача решается по действиям с применением 4 арифметических и двух логических операций. Это обстоятельство никогда не упоминалось ни сторонниками решения арифметических задач, ни их противниками. Разумеется, и все другие **основные** булевы функции можно и нужно использовать и в школе, и в вузе: дизъюнкция, строгая дизъюнкция (операция Жигалкина), эквиваленция. При изучении информатики, конечно, все 16 булевых функций от двух аргументов подлежат изучению, но недопустимо смешение предметов математики и информатики (в одном «флаконе»).

Кроме того, для решения текстовых задач необходимо мышление: понять постановку задачи, понять условия задачи, вопрос, найти путь от известных данных к конечному ответу. Если надо, то рассматривают промежуточные задачи (это анализ), затем реализуют найденную идею решения (синтез), затем решение проверяют (проверка решения) и оценивают критически. Требуется оценить, нет ли более экономного или красивого решения. Мышление используется в полной мере, развивается **речь и логика**.

В процессе решения текстовой задачи приходится вспомнить аналогичные задачи и методы, высказать предположения, правдоподобные суждения. Попутно оценивается правдоподобность результата, размерности величин. Каждая текстовая задача может быть развита в разных направлениях: изменить данные, скомбинировать условия, самостоятельно составить задачу. При этом развивается мышление и, если угодно, осуществляется *общее развитие*.

Навыки и умения формируются только в практической деятельности. Даже слабые ученики испытывают глубокие эмоции и проявляют особый интерес к оригинальным, занимательным задачам, задачам на смекалку [31]. Решение текстовых задач — это видимо отдельная дисциплина, решение текстовых задач надо выполнять на протяжении всех лет обучения с 1-го по 11-й класс. Простые традиционные текстовые задачи необходимы для массового математического образования. Их главная функция в русской школе – служить развитию логического, абстрактного мышления, а не с быть приложением к практике в буквальном смысле, хотя и практическая сторона в текстовых задачах проявляется наиболее выпукло.

11.(5) ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ПОВТОРЕНИЯ И ЗАКРЕПЛЕНИЯ ПРОЙДЕННОГО. «В частности, повторение в начале учебного года материала, пройденного в предыдущем учебном году, и повторение в конце учебного года материала, пройденного за весь год» [3, с. 4].

В настоящее время нет повторения, потому что оно бессмысленно для бессмысленного образования и антиприродного обучения. Без повторения, поэтапного формирования умственных качеств не может быть никакого эффективного обучения. Систематическое и системное обобщающее и углубляющее повторение, как средство укрепления долговременной селективной памяти. Повторение – это не только память, это углубление и улучшение качества мышления, углубление и развитие критического мышления, улучшение понимания различия и сходства между разделами, темами, и уровнями трудности, лучшее владение мыслительными конструкциями анализа и синтеза, индукции и дедукции. Единство разноплановых и противоречивых сторон познания как в образовании, так и в науке невозможно без неоднократного возвращения, повторения, углубления в эти стороны деятельности на любом этапе. При повторении речь становится

все более точной, более богатой по выразительности, более свободной, следовательно – повторение развивает речь, а значит и мышление.

Повторение имеет и чисто психологический положительный смысл, то, что каждому в той или иной мере казалось вначале трудным, вдруг становится ясным и простым, окинув взором пройденный путь, можно набраться сил для нового подъёма [19, ч. 1, с. 120]. Зримое ощущение движения и подъёма, развития и роста даёт мощный психологический стимул в преодолении новых трудностей. Повторение у В.Ф. Шаталова возведено в ранг культа и это согласуется с выводами классической психологии [7, 8]. При повторении старого и происходит исправление прошлых оценок. Действительно, почему груз прошлого неудачного опыта, зафиксированного оценкой (неудовлетворительные оценки вообще исключены в системе как инструмент наказания и унижения личности ребёнка), должен давить на сознание ребёнка, почему если он переучил и хорошо выучил прошлый материал, оценка (та самая прошлая, а не закрыть новой) не может быть исправлена на более высокую, задавая тем самым мощный стимул роста личности? Только В.Ф. Шаталов понимал важность этого, только он один осознал мощностъ данных стимулов, только он один последователен в принципах природосообразности. Остальные не в состоянии осознать? Или какие-то другие причины?

Повторение по спирали означает, что каждый новый раздел – это повторение пройденного, но на более высоком уровне. Те же самые темы повторяются, но на более сложном материале. Опять мы видим в этих таблицах проявление гегелевской диалектики спирального, периодического (поэтапного) развития [32–34].

Почему учитель овладевает материалом таблиц за 10 – 20 лет преподавания дисциплины, разве не потому, что многократно возвращается к излагаемому материалу, он излагает учебный материал письменно и устно,

многократно слушает ответы учащихся, шлифуя свою речь и мышление, оттачивая мастерство. Безграмотная речь массы педагогов в Интернете показывает, насколько низок педагогический уровень и качество мышления этих учителей. Часто слышим “берём эту штуку отсюда и переносим сюда”, как говорят, так и мыслят! Так и учат!

Известно, что О. Бальзак, Л.Н. Толстой переписывали, перестраивали, переделывали свои **произведения** много раз (до 17 раз), добиваясь максимально возможного эффекта, доводя их до совершенства содержания и формы (содержание и форма ещё две важные стороны, требующие обсуждения), оттачивая своё мастерство и развиваясь вместе со своими произведениями. Почему вдруг считается, что повторение – просто тренировка памяти. Нет, это не так, при поэтапном повторении протекают многие психические процессы, ответственные за мышление, творчество, интуицию, за эмоционально-волевые качества. Мы ограничимся здесь только этим замечанием, хотя это тема довольно обширна.

Отметим, что достижение В.А. Куренского [35] об автодидактике, в частности учение о «творческом повторе», об артикуляционной памяти и мышлении, положена в основу системы обучения КЭСПА иностранному языку И. Гивенталь и А. Задорожной [36, 37]. Артикуляционная память и мышление есть психические процессы, которые основываются на сенсорных системах восприятия звуков, связаны с такими сенсорными звукообразующими органами как: губы, зубы, язык. Понимание иностранной (и родной) речи возможно только тогда, когда речь доведена до автоматизма и течёт свободно, а для этого надо многократные (100 и более раз) речевые и слуховые повторения. Авторы пишут: «Ведь недаром, требуя что-нибудь выучить на “отлично”, учителя обычно говорят: выучи так, чтобы от зубов отскакивало или выучи назубок!» [36, 37].

Математика не исключение, в ней тоже, чтобы на слух воспринимать математическую речь, нужны сотни повторений, многократное слушание теории и как решаются задачи и разговорная речь вслух, прилюдно. Примечательно то, что система В.Ф. Шаталова была на это нацелена ещё задолго до открытия В.А. Куренского.

11.(9) ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ «учащегося с учебником и задачником под руководством учителя. Подлинно осмысленные знания не могут быть переданы ученику учителем. Требуется самостоятельная работа над учебным материалом» [3, с. 5].

Мы вынуждены вновь обратиться к системе В.Ф. Шаталова, но не потому что хотим его хвалить, или слепо доверились его утверждениям, а потому что ничего не находится ни в книгах, ни в статьях по педагогике, ни в Интернете, где так последовательно, диалектически умело осуществлены все элементы природообразного обучения, в частности и самостоятельной работы. Например, он использовал соревновательный вид деятельности по решению системы задач: на стене класса вывешивались на больших плашках номера 600 (и более) задач [19], рассчитанных на длительный срок (полгода, год), которые должен решить каждый и закрасить свой квадратик на своей плашке. Решение задач он умел превратить в увлекательные соревнования, впоследствии игровой интерес (глава “ни дня без игры” [19, ч. 1, стр. 28]) сменяется познавательным. В условиях проникновения информационных технологий в образовательный процесс формы работы становятся ещё более разнообразными, но полностью игнорируются, вместо этого нагнетается неоправданная, надуманная сложность, внедряются неопределённость форм и методов работы, ставятся нереальные, бессмысленные, никак не проверяемые цели развития, да ещё с помощью совершенно антиприродосообразных приёмов. Система В.Ф. Ша-

талова сложна, но она оправдана достигнутым уровнем цивилизации, другие антиприродные системы тоже сложны, но они абсурдны.

Плашки (таблицы с номерами задач) очень эффективны, появляется соревновательный азарт, предусматриваются награды. Плашки готовились по разделам и темам математики. В настоящее время информационные базы данных позволяют их группировать как по столбцам, так и по строкам таблиц. Физики и химики давно это используют.

Вторая цель данной статьи – помочь математикам, которые предпочитают много и безрезультатно философствовать, обратить внимание на простые и в то же время эффективные решения проблем.

На вопрос, зачем так много решать задач, как это заставлял делать В.Ф. Шаталов, можно ответить, что только те навыки и умения обучающегося приближают его ко владению (мастерству и творчеству), которое доводятся **до автоматизма**. Довести навыки и умения до автоматизма можно только многократными упражнениями, и чем их больше, тем лучше. Нельзя же в самом деле хорошо научиться играть на фортепьяно, не выполняя ежедневно много типовых упражнений, нельзя научиться хорошо прыгать в высоту, не выполняя тысячи раз это упражнение, нельзя научиться говорить на иностранном языке, многократно не повторяя языковой материал. Привести можно массу примеров из разных областей. Надеемся, читатель сам легко найдёт или придумает множество других примеров. Математика, конечно, не исключение из правила.

12.(10) ПРИНЦИП СТАБИЛЬНОСТИ «во всей организации учебного процесса: основная форма занятий – урок, стабильный учебный план, программа, расписание, систематический учёт знаний, ежегодные проверочные испытания, стабильная классная комната, индивидуальное учебное место и др. К этому принципу следует отнести и дисциплину учащегося, ко-

торая является необходимым условием продуктивной организации коллективного обучения» [3, с. 5].

Учебный материал табл. 1 и 2 стабилен, разделы неизменяемы 200 лет, потому что операции одни и те же, изучались и будут изучаться пока существует человечество, ибо это объективное строение математического знания. Часто слышится, что образование школьное устарело, надо идти в ногу со временем и произносятся аналогичные нелепые выдумки. То, что наука действительно ушла далеко от школьного уровня, является очевидным фактом, но удивление вызывает способ решения проблемы согласования новых научных достижений со школьным обучением, в котором можно только знакомить с основами наук, но не серьёзно их изучать.

13. ПРИНЦИП СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ. «Учащиеся работают с учебником и задачником под руководством учителя. Подлинно осмысленные знания не могут быть просто *переданы* ученику учителем. Ученик должен сам, самостоятельными усилиями *присвоить* знания» [3, с. 5].

Самостоятельность – это способность ученика систематизировать, планировать, контролировать и регулировать свою деятельность без непосредственного постоянного руководства и практической помощи со стороны учителя, однако учитель обязан контролировать и направлять эту деятельность. Следует иметь в виду, что самостоятельные учебные работы полезны только тогда, когда они посильны, хотя и довольно трудны. Эта грань между посильностью и трудностью весьма подвижна, переменчива. Посильность и трудность диалектически противоречивы и требуют со стороны учителя большого опыта, знаний как в предметной области, так и в области психологии, большой наблюдательности и способности идентифицировать трудности возникающие перед учеником, и самое главное способности правильно и взвешенно решить это противоречие.

Проблема эффективного обучения сложна. Как всегда, диалектика познания показывает пути решения проблем. В силу глубокого непонимания массой педагогов диалектики познания, её гносеологических законов, что, по-видимому, во многом и определяет тот кризис, в котором находится современная педагогика, обсудим принцип, отражающий способ познания природы (и принцип обучения, которое тоже есть познание).

14. ПРИНЦИП УЧЕТА АБСОЛЮТНОГО И ОТНОСИТЕЛЬНОГО в познании и в образовании.

Настоящий кризис в образовании во многом объясняется тем, что под напором развития информационных технологий, огромного количества доступной информации, большого успеха естественно-научных дисциплин педагогика совершенно растерялась и потеряла ориентиры, чему учить и как надо учить, особенно математику, что заставляет методистов, психологов, авторов учебников искать новые методы обучения. Но ищут там, где их в принципе не может быть. Законы диалектики точно указывают, где надо искать решения и где их найти нельзя. Поэтому при кризисах так важна диалектика, которая показывает, как совершается познание и развитие. Сейчас много пишут о развитии, но никаких определений и формул не обсуждают, основной закон развития игнорируют, отсюда происходят многие нелепости. Основной закон диалектики о развитии сформулирован Г. Гегелем и может быть кратко охарактеризован следующим образом [32–34]: диалектика, движущая сила всякого научного развёртывания научной мысли и представляет собой единственный принцип, который вносит в содержание науки связь и необходимость (других общих принципов нет).

I. В виде тезиса и антитезиса осуществляется закономерный процесс постижения объективной истины (природы), познаваемой в двух противоположных категориях: абсолютности и относительности истины, которые

связаны рамками достигнутого прогресса человечества. Они взаимопроникают друг в друга. Тезис и антитезис тесно связаны, но являются противоположностями, в их противопоставлении и борьбе возникает новый тезис (рис. 4). Абстрагирование, анализ и синтез, индукция и дедукция, сравнение и классификация позволяют выделить тезис и антитезис и с помощью синтеза, творческого обобщения получить новый тезис.

II. Тезис подвергается длительному испытанию на устойчивость, но обречён на замену новым тезисом под воздействием антитезиса. При этом все полезное накопленное человечеством не теряется, наоборот сохраняется и обогащается путём медленного и постепенного накопления количественных изменений. В момент отрицания, тезис скачком переходят в качественно новое состояние – новый тезис.

III. Старый тезис всегда заменяется на новый тезис, а новый отрицается ещё более новым, путём присоединения антитезиса. Происходит систематическое отрицание отрицания старого и появление нового тезиса, при этом движущей силой развития служит противоречие между тезисом и антитезисом. Осуществляется развитие по спирали, с повторением и поглощением предыдущих ступеней, с сохранением **всего ценного**, что сохранилось в прошлом.

Иерархия тезисов и антитезисов может быть длинной, но в основе всегда лежит первый тезис.

Тезис + Антитезис = Новый тезис

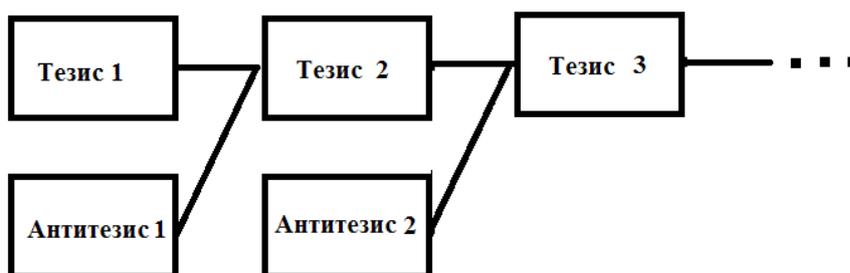


Рис. 4. Схема образования нового тезиса.

Можно привести массу примеров, что развитие осуществляется только так, а не иначе. Приведем примеры.

1. Евклидова геометрия 2500 лет воспринималась как абсолютная истина в рамках пятого постулата (тезис), но в рамках отрицания пятого постулата (антитезис) появляется новая геометрия Лобачевского, а геометрия Евклида становится относительной истиной в новых рамках. Следует подчеркнуть, в рамках пятого постулата Евклида достигнута абсолютная истина, которая никогда, ни при каких обстоятельствах уже не может быть пересмотрена. Каких бы новых рубежей ни достигнет человечество, евклидова геометрия войдёт во все другие геометрические системы как основание, на которой только и может быть построено новое геометрическое знание.

2. Так было и с механикой Ньютона, которую поглотила теория относительности А. Эйнштейна. Механику Ньютона поглотила и квантовая механика. Но они построены на механике Ньютона, держатся на ней как на прочном фундаменте и не могут мыслиться без неё. Классическая механика Ньютона почти полностью вошла в теорию относительности Эйнштейна и мыслится как предельный случай. Но абсолютная истина механики Ньютона при малых скоростях (старые рамки) тут же становится относительной истиной при скоростях, сопоставимых со скоростью света (новые рамки).

3) Математическая логика явилась вторичной формализацией формальной логики Аристотеля (выполнена Д. Гильбертом в 1914 г.) и содержит в себе аристотелевскую формальную логику в незыблемом виде. Формальная логика Аристотеля навсегда является абсолютной истиной в рамках речевой деятельности, но она же является относительной истиной в рамках символического математического аппарата.

4) Диалектическая логика Г. Гегеля поглотила аристотелевскую формальную логику и построена на ней как на фундаменте. Причем формальная логика Аристотеля только там применима, где речь идёт о струк-

туре форм мышления в статике, отражает устойчивость теорий без учёта временного развития, в твёрдых рамках фиксированных понятий (что очень характерно для математических дисциплин, поэтому у математиков вырабатывается профессиональный взгляд фиксированных рамок и статический (метафизический) взгляд на явления), а диалектическая логика отражает именно законы **развития**, смены понятий, переход от одних рамок к другим во времени. Формальная логика соотносится с диалектической логикой примерно так же, как элементарная математика соотносится с высшей математикой.

От практики к теории и от неё снова к практике на новом уровне – это научный путь познания в рамках трёх законов диалектики.

Хорошим примером служит сама математика. Иерархия разделов элементарной и высшей математики есть иерархия появления нового тезиса.

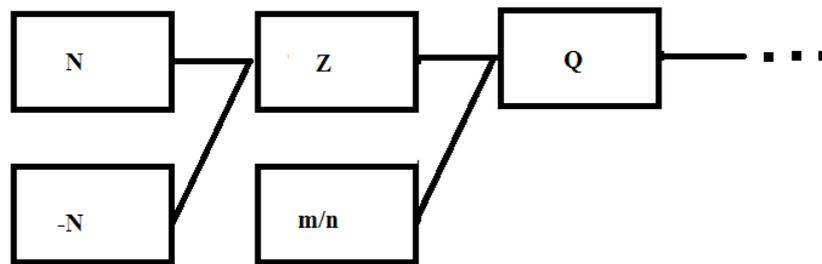


Рис. 5. Схема образования нового раздела математики

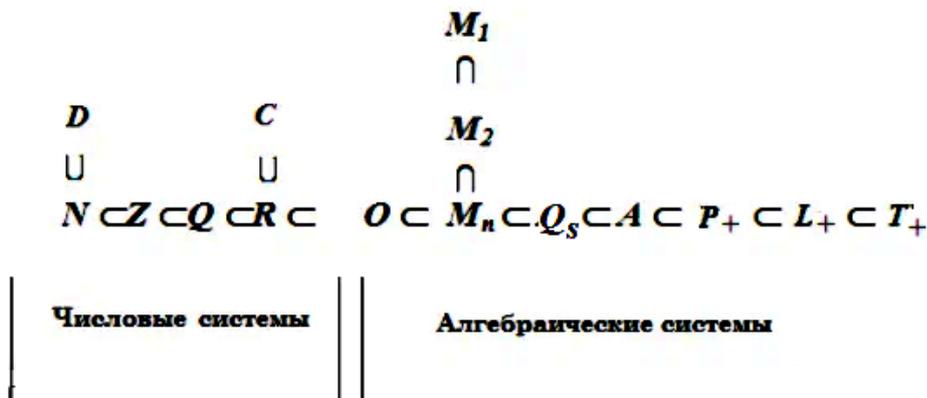


Рис. 6. Вложения множеств записей

В приведённой иерархии разделов математики (рис. 5 и 6) переход от одного раздела к другому осуществляется всегда вследствие противоречия между узостью рассматриваемого множества и стремлением выполнять новые обратные действия. В натуральных числах N , к примеру, выполнимы три прямых действия, но не всегда выполнимо деление и желание получить возможность всегда выполнять и деление, приводит к множеству дробных чисел D и подобным образом 12 раз, порождая 13 основных разделов математики (рис. 1– 3, 5, 6). И во всех последующих разделах незримо присутствуют свойства натуральных чисел, без знания которых вообще ничего понять будет нельзя.

Таковы кратко суть формулы развития и 3-х законов диалектики. После их формулировки они были умело использованы Ф. Энгельсом [33, 34], при первом кризисе естествознания 180 лет назад для фундаментальной критики того оптимизма, которому были подвержены многие учёные в XIX в., унаследовавшие формальный (метафизический) способ мышления средневековой науки в рамках аристотелевской формальной логики. После Великих географических открытий, под влиянием впечатляющих успехов естествознания (клеточная теория, закон сохранения и превращения энергии, теория Дарвина) порочность оптимизма, мнящего взять у природы последние абсолютные истины практически голыми руками, стала очевидна философам, владеющих открытыми Г. Гегелем законами диалектики.

Ф. Энгельс показал, что те истины, которые учёные считали конечными, абсолютными, последними инстанциями, на самом деле таковыми не являются, а переходят в свою противоположность, как только рамки науки расширяются. К таким переходам формальная логика не применима. Все это подтвердилось дальнейшим развитием естествознания.

Второй кризис естествознания возник 120 лет назад, когда человечество стало проникать в тайны ядра атома. Это вызвало кризис в науке, в

гносеологическом смысле обратный первому. Даже такой гений, как физик А. Пуанкаре, совершенно растерялся. Историки причисляют Анри Пуанкаре к величайшим ученым. Они считают его, наряду с Гильбертом, последним математиком-универсалом, учёным, способным охватить все математические результаты своего времени. Его перу принадлежат более 500 статей и книг. Обе области современной ему математики «чистой» и «прикладной» он обогатил замечательными методами и результатами.

В августе 1900 г. А. Пуанкаре руководил секцией логики Первого Всемирного философского конгресса, проходившего в Париже. В своём программном докладе «О принципах механики» он изложил свою философию конвенционализма: принципы науки суть временные условные соглашения, приспособленные к опыту, но не имеющие прямых аналогов в реальности. Эту платформу он впоследствии детально обосновал в книгах «Наука и гипотеза» (1902) [38], «Ценность науки» (1905) [39]. В них он также описал своё видение сущности математического творчества, в котором главную роль играет интуиция, а логике отведена роль строгого обоснования интуитивных прозрений. Если математика приучает к формальным рассуждениям, порождает метафизическое мировоззрение, то физика, наоборот, имеет дело со множеством текучих связанных явлений и скорее учит видеть во всём относительное, переменчивое, смену рамок. Этим обстоятельством и следует объяснить заблуждения великих физиков. Каким великим талантом не обладал бы физик, естествоиспытатель в своей области, он и другие писали сотни страниц гносеологического вздора [40, 41] исключительно по незнанию диалектики развития. Начали говорить об "исчезновении материи", о "нарушении принципа сохранения энергии", "исчезновении массы", о "подрыве принципов механики", о том, что "принципы не копии и снимки с природы по отношению к сознанию, а продукты этого сознания", "законы есть удобные соглашения", о "**всеоб-**

щем разгроме принципов" и о "непознаваемости бога, который знает бесконечно больше нас" и т.п.

Если до начала XX в. верили в чисто механическое устройство природы, представляли, что вся физика – это только более хитро устроенная механика, разногласия касались лишь приёмов сведения физики к механике, то с наступлением XX в. наблюдается совершенно противоположная картина. Всеобщее единодушие вдруг сменилось крайними разногласиями, причём не по второстепенным вопросам, а по коренным основополагающим идеям. Встал вопрос: наука внезапно поворачивает назад и покидает окончательно ту широкую, прямую столбовую дорогу, по которой она успешно шла тысячелетия, и требуется создать нечто совершенно новое (современная педагогика как раз пытается в условиях информатизации на голом месте изобрести нечто невиданное и неслыханное, хотя эффективные методики давно существуют) или все же идти по старой дороге, но в расширенных рамках нового знания, которое поглотит старое знание и не перечеркнёт старое.

Известный революционер и политический деятель Ленин (В.И. Ульянов) в своей книге "Материализм и эмпириокритицизм" [40] дал с точки зрения материалистической диалектики точную гносеологическую характеристику подобным изысканиям в свойственной ему издевательской форме, сопроводив эпитетом: «крупный физик и мелкий философ», такова грубая характеристика гения физики и математики и это суждение оказалось верным в свете дальнейшего развития науки, сделанное трезво мыслящим человеком, хотя В.И. Ленин не был ни философом (никаких достижений в философии у него нет, зато есть тщательное изучение философии всех времён от античности до ему современной и умелого применения на практике результатов чистой мысли. Он преподавал наглядный урок полезности изучения прошлого и диалектики) и тем более не был физиком. Если

Ф. Энгельсу приходилось подчёркивать относительность наших знаний, то при втором кризисе В.И. Ленину пришлось напомнить естествоиспытателям, что в знаниях содержится и абсолютная составляющая (в узком смысле слова) и что она столь же важна, как и относительная [41].

Следует отметить правильность и историческую чёткость философской постановки задачи в [40] и, как следствие, появление несокрушимого научного оптимизма. В эпоху всеобщей растерянности физиков перед лицом новых, необычных фактов, в эпоху, когда физики с трудом осваивали переход от механической картины мира к электромагнитной, Ленин видел на заре нового века новую электромагнитную картину только **временным этапом** прогрессирующего познания природы человеком. Только что открытый электрон, который, как казалось, является заменой неизменному, неделимому демокритовскому атому, объявляется автором неисчерпаемым, все что кажется неделимым и простым, будет составным, окончательного не существует, познание бесконечно. Абсолютная истина (в широком смысле слова), как конечная цель, в самых широких рамках, достигается как предел процесса смены малых рамок (ступеней) абсолютности, на все более широкие [40, 41].

До 1940-х г. протон считался бесструктурной частицей. Однако постепенно накапливались экспериментальные факты (большая величина аномального магнитного момента, результаты опытов по упругому и глубоко неупругому рассеянию), говорящие о том, что это не так. Современная наука экспериментально видит сложную структуру и протона, и нейтрона, теперь уже твёрдо установлено, они состоят из кварков, что ещё одно блестящее подтверждение правильности диалектического взгляда на природу.

Вывод Ленина: «Учёные должны понимать диалектику, это наука отыскания истины. Должны понимать соотношение между абсолютной (в

узком смысле слова) и относительной истинами. Принципы физики не нарушаются, масса не исчезает, не исчезает энергия, не исчезает материя, а исчезает тот предел (*те рамки*), до которого мы знали материю. Исчезают те свойства материи, которые казались раньше абсолютными, первоначальными, неизменными и теперь они обнаруживаются как переменные, относительные. Середины нет, либо вы признаете за материей её объективную реальность, а следовательно, так или иначе абсолютную истину, либо неизбежно прибегаете к фантазированию, представляя все относительным, условным, удобным соглашением. Диалектика природы признает абсолютную истину (в узком смысле) в строго очерченных рамках (*до определенного предела*), как только эти рамки расширяются, абсолютная истина в новых рамках оказывается относительной, но никуда не исчезает, а остаётся как составная часть нового более широкого знания» [40].

Хороша была бы та наука, которая при каждом кризисе начинала бы снова изобретать велосипед. Ход истории полностью подтвердил истинность его известного философского вывода в виде тезиса «электрон (в философском смысле нет разницы: *протон, нейтрон, дойдёт дело и до электрона*) неисчерпаем, как и атом». Философские творения Пуанкаре преданы забвению, но в Интернете легко отыскиваются и с высоты 120-летних достижений, можно убедиться в его путанных, туманных гносеологических суждениях-рассуждениях.

В настоящее время очевиден вполне аналогичный третий кризис в методике образования. Рамки старых методов обучения расширились, появились новые информационные средства. Основополагающий природосообразный принцип обучения как бы исчезает, **исчезают и эффективные принципы обучения прошлого**. В методике обучения появляется масса всяких поверхностных новаций, которые часто противоречат друг другу, новации сменили традиционно-устойчивое, характерное для русской шко-

лы и школы социализма обучение школьников и студентов. Новые информационные ресурсы создают иллюзию того, что старые формы обучения должны быть забыты и созданы совершенно новые способы. В этом мы видим всеобщий разгром классических, проверенных временем методических основ природосообразного обучения. Дело представляют так, что нужно на голом месте изобрести новый по сути способ, выпячивая то деятельностный принцип, то принцип развития, то компетентностный подход, которые никак не связаны с прошлыми достижениями, проверенными практикой. Причём эти неглубокие новации изобретаются, не выходя из кабинета. Но, разумеется, все это преходящие явления. Вывод науки о достижении диалектической истины состоит в том, что в старом непременно содержится абсолютная истина, а новое может строиться только на старых достижениях. Перечисленные принципы должны войти в новую систему с использованием информационных технологий практически в неизменном виде, как они полностью вошли в систему В.Ф. Шаталова.

Так было и с механикой Ньютона, которую поглотила теория относительности Эйнштейна. Механику Ньютона поглотила и квантовая механика. Но они построены на механике Ньютона, держатся на ней как на прочном фундаменте и не могут мыслиться без неё. Геометрия Лобачевского и Римана невысказаны без геометрии Евклида и тоже построены на ней как на фундаменте и новые геометрии не мыслимы без евклидовой геометрии. Математическая логика стала вторичной формализацией формальной логики Аристотеля, и математическая логика содержит в себе аристотелевскую логику в невысказанном виде. Можно ещё привести массу примеров в истории науки, но среди них нет ни одного примера успешного, голого фантазирования на пустом месте.

Мы уже сказали несколько раз, что существует только одна эффективная природосообразная система обучения и нет смысла заниматься

бессмысленным фантазированием. Мы рассмотрели основные черты академии Платона и русской школы. Для полноты картины отметим и основные черты третьей природосообразной системы обучения В.Ф. Шаталова [19]: развитие устной и письменной речи с применением опорных сигналов (наглядные образы как средство запоминания, а главное, обобщение ассоциаций как средство, организующее мышление); развитие описательной, объяснительной и доказательной речи, – владение описательной речью создаёт зону ближайшего развития в виде объяснительных текстов, подготавливает зону ближайшего развития в виде доказательной речи; доказательная речь наиболее трудна для освоения, поэтому две предыдущие фазы необходимы для успешного овладения третьей; изучение описательных дисциплин литературы географии, истории, с помощью освоения описательных текстов; обучение физики, химии с помощью объяснительных текстов; обучение арифметике, алгебре, геометрии с помощью доказательных текстов; систематическое и системное обобщающее и углубляющее повторение, первичность знаний, на их основе отработка технических автоматизированных навыков решения задач. Сначала сообщаются и осваиваются знания (6 этапов), затем отрабатываются автоматизированные навыки (6 этапов). Комплексы навыков подготавливают зону ближайшего развития для широких умений (6 этапов). **Владение** формируется как единый сплав знаний, навыков и умений, но понимается, и это чётко произносится, что от учеников этого невозможно требовать. Владение есть удел учителей. Сам Шаталов преподавал разные дисциплины (историю, географию, астрономию, физику, геометрию, алгебру, чтобы создать систему обучения разным дисциплинам, проверить правильности принципов на разных объектах). Он следовал своей, четко обоснованной системе, но на фундаменте педагогических ценностей русской школы: обилие объективных оценок и гласность оценок; право (**обязанность**) исправлять оценку на

лучшую; право на жизнь сначала, жизнь без груза прошлых ошибок, без унижающих личность низких оценок; но высокая требовательность, ежедневный и всеохватывающий жесткий контроль, диалектически сочетающийся с привычкой к самоконтролю; участие родителей в процессе обучения и воспитание привычки к самостоятельному преодолению трудностей; систематизация учебных знаний по разным дисциплинам, выделение главного и второстепенного; активная форма сотрудничества в коллективе с товарищами и проявление индивидуальности; уроки открытых мыслей, организация публичных интеллектуальных и физических соревнований, викторин, развитие публичной артистичности, и даже элементам искусства публичного выступления (глава Де-мо-сфе-ны!!! [19, с.106]); использование элементов внушения, массового гипноза. Систематически несколько раз в неделю (4–5 раз) проводились уроки физкультуры (видно стремление к органическому слиянию физической и умственной культуры). Система обучения сверхэффективна только при одновременном обучении всех предметов по данной методике. Невозможно достичь сверхбольших успехов, обучаясь по системе одной дисциплине, а другие по антиприродным методикам.

Неясно, сознательно В.Ф. Шаталов стремился к копированию древнегреческой Академии или открыл законы заново (упоминания об этом в книгах нет), но очевидно, что система в миниатюре повторяет академию Платона, вместе с тем это урезанная система академии Платона. Законы диалогов, ораторского искусства (красноречия), формальная логика, диалектика не изучались. Не изучалась философия, этика, эстетика. Изучение иностранных языков не уделялось внимания. И вместе с тем стремление к все большему использованию современных ему технологичных достижений (магнитофон, телевизор, компьютер).

Что касается природосообразных методик обучения самой математи-

ки, то они есть [42, 43]. Обратим внимание на наиболее известные. В первую очередь это методика американского педагога Дж. Пойя (три его известные книги) [44], разработанная в духе природосообразности и до сих пор не утратившая актуальности. Имеются методики: Г.Г. Левитаса [27], весьма примечательная и эффективная методика Р.Г. Хазанкина [45] и стоящая особняком методика 239 школы Санкт Петербурга, представленная В.И. Рыжиком [46], готовящая с детских лет профессионалов-математиков. В труде «Книга для учителя математики» автор старался передать, по его словам, хоть в какой-то степени, своё отношение к преподаванию математики – человеческому делу, в котором удивительным образом переплетаются и математическая наука, и педагогика, и дидактика, и психология, и философия. Однако, на наш взгляд эффективность методики проявляется только с одарёнными учащимися. В отличие от методик В.Ф. Шаталова, Г.Г. Левитаса, Р.Г. Хазанкина она требует значительной её адаптации к реалиям средней массовой школы и отдельного обсуждения. Не потеряла актуальность и книга академика Л.Д. Кудрявцева [47] о классических способах преподавания. Методика университета ядерной энергии Беркли, готовящая детей с 6-летнего возраста к поступлению на физико-математические факультеты [48] вполне классическая, природосообразная.

Во всех перечисленных изданиях, а также в известных, знаменитых учебниках прошлого царского и советского периодов (не будем давать ссылки) содержится, в той или иной степени, той или иной стороной, абсолютная истина в рамках природосообразности и, следовательно, значение их непреходяще. Этому, напротив, лишены надуманные принципы развития и деятельности, принцип ВТУ, в них содержатся только фантазии создателей и ни грама абсолютности, никакой исторической объективности, основанной на природосообразности, за ними невозможно отыскать.

ВЫВОД: Все эффективные достижения классических способов обучения основанные на природосообразности (психологии, диалектики познания) в неизменном виде войдут в будущую эффективную систему обучения как фундамент, на котором строится новая, более широкая система с использованием новейших инструментов информационных технологий и действительно новых проверенных практикой достижений психологии и психолингвистики.

За последние 70 лет в педагогике и психологии произошёл ряд событий: обобщена классическая психология [7, 9], открыт закон о совместном и взаимообусловленном функционировании первой и второй сигнальной систем [11], выявлена роль опорных сигналов для продуцирования речи и активизации мышления [19], доказано взаимоподчинение описательной, объяснительной и доказательной речи [19], создано учение об автодидактике, учение об артикуляционной памяти и мышлении [35–37], понята роль повторения в развитии мышления [7, 19], опробована роль внушения в познании, создана система обучения на основе природосообразного принципа [19], разработаны природосообразные методики обучения математике [27, 44, 45, 46], произведён детальный анализ возникновения и внедрения в учебный процесс принципа ВТУ [1], сформулированы ценности русской школы в виде 10 принципов [1–3], понята объективное строение математического знания на основе структур [24–26], изданы некоторые учебники в духе природосообразности (советские и современные российские), осознана роль диалектики познания при создании новых природосообразных систем обучения [26, 46, 47], университетом Беркли разработан уникальный курс элементарной математики повышенной сложности [48], создан высокопрофессиональный видеокурс по элементарной физике [30]. Данные достижения подтверждены практикой и основаны на научном диалектическом способе исследования.

Тезис: принцип природосообразности приводит к развитию. Попытка внедрения новейших информационных технологий, вне рамок природосообразности влечёт за собой обратный процесс – регресс. Тезисы о внедрении принципа природосообразности и внедрении информационных технологий в процесс обучения являются тезисом и антитезисом, находятся в разительном противоречии, между ними происходит принципиальная борьба, являющаяся движущей силой развития.

Новый тезис: информационные технологии в рамках природосообразности приведут к большему развитию. Только такой однозначный вывод предоставляет диалектика развития, только таким способом можно построить эффективную систему обучения. Попытки построить систему обучения без опоры на принцип природосообразности, обречены на неудачу. Такие попытки можно уподобить попыткам построить числовую систему, забыв о натуральных числах. Этого сделать нельзя.

Современное образование лежит в родах, и корчась в страшных муках, в третий раз рождает диалектику уже более 50 лет и никак выдать из себя её не может. В то же время у нас есть все необходимое для создания эффективной системы обучения. Основой должны стать природосообразный принцип, принципы классической русской школы, классическая психология К.К. Платонова. Есть уникальная система В.Ф. Шаталова, построенная на классике и обогащённая достижениями психолингвистики. Павел Виктор создал на основе информационных технологий уникальный систематический структурированный курс физики, базирующийся на классических принципах. Есть старые учебники, проверенные методики, актуальность которых в настоящее время значительно возросла, интересные современные учебники МГУ-школе, но, к сожалению, не полностью выдержанных в духе представленных таблиц (только табл. 1). Учебники А. Г. Мордковича, в которых правильно подчёркивается ведущая роль функ-

ции в методике обучения (строка в табл. 2), но, к сожалению, построены на антиприродном принципе развития, что значительно снижает их достоинства. В условиях цифровизации требуется глубокая переработка учебников на соответствие принципам русской школы и природосообразного обучения, а также объективному строению математического знания (табл.1 и 2).

В основе системы обучения лежит психология и диалектика, освоенная ещё Платоном 2500 лет назад, сформулированная в общезначимом виде Г. Гегелем 200 лет назад и успешно применённая уже дважды в условиях кризиса науки. Её надо применить в третий раз.

Стремительное развитие информационных технологий несут в себе и большую пользу, и большой вред. Задача учёных – нивелировать отрицательные стороны и использовать сильные стороны информационных технологий. Все представленные принципы эффективного природосообразного обучения в русской школе неизбежно войдут в любую эффективную систему обучения с использованием информационных технологий. Обсуждение конкретной реализации новой системы обучения на основе принципа природосообразности и информационных систем вывело бы нас далеко за рамки статьи, это тема отдельного обсуждения.

Литература

1. Костенко И.П. Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы. М.: РГУПС, - 2013. - 501 с. [Электронный ресурс]. URL: <https://russianclassicalschool.ru/pdf/kostenko-mono.pdf?ysclid=l6goxcvmx1106000115> (дата обращения: 19.07.2022).
2. Костенко И.П. Реформы образования России. 1918 -2018. Идеи, идеология, результаты. М.: Ижевск, - 2018. - 191 с. [Электронный ресурс]. URL: <https://russianclassicalschool.ru/uchebnye-komplekty/monografii/product/view/75/224.html?ysclid=l6gp1onp41273816477> (дата обращения: 19.07.2022).

3. Костенко И.П. Педагогические ценности русской-советской школы. // Математическое образование. - 2022. - №1(101). - С. 2-6.
4. Коменский Я. А. Великая дидактика // Избранные педагогические сочинения. М.: Педагогика, - 1982. - 605 с.
5. Коменский Я. А. Избранные педагогические сочинения (в трёх томах DJVU) 1939–1941) [Электронный ресурс]. URL: https://vk.com/wall-67308657_6898?ysclid=15tv00roek145648467 (дата обращения: 19.07.2022).
6. Принцип природосообразности [Электронный ресурс]. URL: <https://zaochnik.com/spravochnik/pedagogika/teorija-vospitaniya/printsip-prirodosoobraznosti/?ysclid=16kqqjqcmv913990190> (дата обращения: 19.07.2022).
7. Платонов К.К., Голубев Г.Г. Психология. М.: Высшая школа, - 1977. - 246 с.
8. Общая психология [Электронный ресурс]. URL: <https://zen.yandex.ru/media/id/5ceedae932677000aff81291/psihologii-62272fd20915983d355e971d> (дата обращения: 19.07.2022).
9. Педагогическая психология [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Педагогическая_психология (дата обращения: 19.07.2022).
10. Принцип природосообразности К.Д. Ушинского. [Электронный ресурс] URL: https://studbooks.net/1845543/pedagogika/printsip_prirodosoobraznosti_ushinskogo?ysclid=1661hday24393018246 (дата обращения: 19.07.2022).
11. Межполушарная асимметрия [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Межполушарная_асимметрия (дата обращения: 19.07.2022).
12. Лебедев К.А., Тумаев Е.Н. О структуре квантовой теории // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2020. - Т. 17. - № 2. - С. 66–73.
13. Coecke V. Quantum picturalism // Conterporery Physics. - 2010. - V. 51. -No.51. - P. 59-83
14. Философский словарь /под ред. Ф.И. Розенталя. М.: Политическая литература, - 1975. - 496 с.
15. Пуанкаре А. О науке. Математическое определение и преподавание. М.: Наука, - 1983. - 560 с.
16. Пуанкаре А. О науке. [Электронный ресурс]. URL: <https://booksee.org/book/439606?ysclid=15txpk4is4966150084> (дата обращения: 19.07.2022).
17. Виноградов С.Н. Открытие В.Ф. Шаталова. М.: Школа Шаталова, - 2010. - 60 с.
18. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование. М.: Просвещение, - 2001. - 317 с.

19. Шаталов В.Ф. Соцветие талантов. М.: ГУП-ЦРП, - 2001. - Ч.1. 380 с.;- 2003. - Ч.2. - 352 с.
20. Кондракова С.О. Опорные сигналы В. Ф. Шаталова – средство активизации творческого подхода к учебному процессу // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. СПб. - 2008. - Т. 65. - С. 404-408. [Электронный ресурс].. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?ysclid=l74sb6zrz4119013100&id=13920425> (дата обращения: 19.07.2022).
21. О так называемых ошибках В.Ф. Шаталова [Электронный ресурс].. URL: <https://alexfisich.livejournal.com/762991.html?ysclid=l5ty5blohq940919429> (дата обращения: 19.07.2022).
22. Универсальный структурированный видео-учебник-справочник по математике. [Электронный ресурс]. URL: <https://zen.yandex.ru/media/id/5ceedae932677000aff81291/universalnyi-strukturirovannyi-videouchebnikspravochnik-po-matematike-5ebf6f50f0a6d113d54b6cbd> (дата обращения: 19.07.2022).
23. Бурбаки Н. Архитектура математики. [Электронный ресурс]. URL: <http://egamath.narod.ru/Math/Bourbaki.htm?ysclid=l5tyxbfqw2537519841> (дата обращения: 19.07.2022).
24. Лебедев К.А. Архитектура элементарной математики. Краснодар: КубГУ. – 2000. - 34 с.
25. Лебедев К.А. Архитектура математики: топология, алгебра и функциональный анализ. Краснодар: КубГУ. - 2001. - 16 с.
26. Лебедев К.А. О методических и научных принципах создания школьного учебника математики серии «МГУ – школе». I. Числовые системы (5-6 классы) // Математическое образование. М.: 2016. - №3(79). - С. 3-20.
27. Левитас Г.Г. Технология учебных циклов вариант реализации резервов классно-урочной системы [Электронный ресурс]. URL: <https://bib.convdocs.org/v17022> (дата обращения: 19.07.2022).
28. Курс лекций «Математический анализ. Часть I». Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова в I семестре. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLcsjsqLLSfNCqt362BPlvI3PH5LlcCk1a> (дата обращения: 19.07.2022).

29. Авакянц Л.П., Колесников С.В., Салецкий А.М. Введение в квантовую физику. Методика решения задач. М.: МГУ,- 2018. - 400 с.
30. Универсальный информационный видео-справочник по физике Павла Виктора. Решилевский лицей. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/channel/UCSdDqsIYf9v5UEWTNda1YBw> (дата обращения: 19.07.2022).
31. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. М.: Просвещение, - 2012. - 94 с.
32. Гегель Георг. [Электронный ресурс]. URL: https://bookscafe.net/author/gegel_georg-35779.html (дата обращения: 01.10.2021).
33. Энгельс Ф. Диалектика природы. М.: Политическая литература, - 2017. - 343 с.
34. Энгельс Ф. Анти-Дюринг. М.: Политическая литература, - 2017. - 462 с.
35. Куринский, В.А. Автодидактика. - М.: Культ. учеб.-изд. центр "Автодидакт", - 1994. - 391 с.
36. Гивенталь И., Задорожная А. Английский с нуля для детей и взрослых. М.: Питер, - 2013. - 350 с.
37. Гивенталь И.А. Как это сказать по-английски. М.: Питер, - 2016. - 380 с
38. Пуанкаре А. Наука и гипотеза. [Электронный ресурс]. URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_003724030/?ysclid=15u0miwatw324639884 (дата обращения: 01.10.2021).
39. Пуанкаре А. Ценность науки. 1905. 395 с.
40. Ленин В.И. Материализм и эмпириокритицизм. М.: Политическая литература. 2021. 377 с.
41. Ленинский анализ новейшей революции в естествознании. [Электронный ресурс]. URL: <http://nplit.ru/books/item/f00/s00/z0000004/st049.shtml?ysclid=15u0tfry8i169295991> (дата обращения: 19.07.2022).
42. Эффективные и неэффективные методики изучения математики. Часть 1. Принципы [Электронный ресурс]. URL: <https://zen.yandex.ru/media/id/5ceedae932677000aff81291/effektivnye-i-neeffectivnye-metodiki-izucheniia-matematiki-chast-1-principy-5eb8489fa19aea5aa93006a4> (дата обращения: 19.07.2022)
43. Эффективные и неэффективные методики изучения математики. Часть 2. Про электронный учебник-справочник. [Электронный ресурс]. URL: <https://zen.yandex.ru/media/id/5ceedae932677000aff81291/effektivnye-i-neeffectivnye->

[методики-изучения-математики-часть-2-про-электронный-учебник-5ebe9efc0bc6f5686b2ead11](https://ru.wikipedia.org/wiki/методика_изучения_математики_часть_2_про_электронный_учебник_5ebe9efc0bc6f5686b2ead11) (дата обращения: 19.07.2022).

44. Пойа, Дьёрдь [Электронный ресурс].

URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Пойа,_Дьёрдь (дата обращения: 19.07.2022).

45. Хазанкин Р.Г. Вертикальная педагогика [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Вертикальная_педагогика (дата обращения: 19.07.2022).

46. Рыжик В.И. Задача для учителя математики. 7-11 классы. М.: Вако, - 2017. - 397 с.

47. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. М.: Наука, - 1980. - 143 с.

48. Беркли, архив математического кружка. [Электронный ресурс]. URL: <https://mathcircle.berkeley.edu/circle-archives> (дата обращения: 19.07.2022).

Автор выражает признательность

Костенко Игорь Петровичу и Рыжику Валерий Адольфовичу
за многочисленные дискуссии, по вопросам методики обучения,
их прямо противоположные мнения по многим вопросам
послужили катализатором для данной статьи.

Лебедев Константин Андреевич

Заведующий кафедрой теоретической физики

и компьютерных технологий КубГУ,

д.ф.-м.н., профессор

E-mail: klebedev.ya@yandex.ru