«Тестирование в системе математического образования»

семинар МГУ
«Школьное математическое образование: содержание и аттестация»

Мудрость приходит с возрастом, но иногда возраст приходит один.

Молитва пожилого человека

Удержи меня от рокового обыкновения думать, что я обязан по любому поводу что-то сказать.

Спаси меня от стремления вмешиваться в дела каждого, чтобы что-то улучшить.

Проблемы преподавания математики нематематикам

Обучение математике математиков - дело бесконечно более лёгкое, чем обучение математике нематематиков.

Важная часть математематического образования: часть системы проверки знаний называемая тестированием.

Есть разные формы проверки знаний, такие как контрольные работы, зачеты, экзамены и другие подобные технологии.
Они предназначены для подведения итогов некоторого этапа обучения.

Обучение математике нематематиков нуждается в более тщательной текущей проверке понимания материала, чем контроль знаний будущих математиков.
Для такой цели лучше всего подходит тестирование.

Основные требования к хорошему тестированию с использованием компьютерных технологий:

1. каждое тестовое задание должно проверять знание одной формулы или идеи;
2. тест в целом должен охватывать весь материал изучаемого раздела курса;
3. выполнение задания не должно требовать больших вычислений;
4. проверка теста должна исключить влияние угадывания на оценку результата;
5. в тесте должны быть задания разных уровней и по разному оцениваемые:

   a) простые задания, проверяющие знание понятия или формулы, успешное выполнение которых гарантирует минимальный зачетный результат;

   b) задания, которые проверяют умение использовать понятия или формулы, и для которых правильное выполнение (при условии успешного выполнения простых заданий), оценивается как хороший результат;

   c) задания, требующие догадки, выполнение которых (при условии успешного выполнения всех других заданий) оцениваются как отличный результат;
6. проверка теста должна быть многокритериальной и проводиться достаточно быстро;
7. тестовые задания не должны быть шаблонными, а заставлять обучающегося думать;
8. задание должно не только проверять знание материала, но и продолжать обучение, показывая ситуацию в новом ракурсе.

Аналитическая геометрия

Дана координатная ось.
Верно утверждение:

координаты двух точек координатной оси, лежащих по разные стороны от начала отсчета, всегда имеют разные знаки;

из двух различных точек на координатной оси, имеющих отрицательные координаты, дальше от начала координат лежит точка, имеющая меньшую координату;

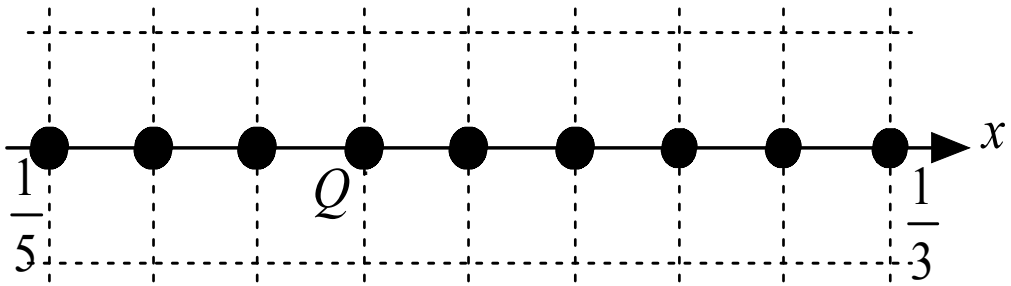
координата точки на оси равна расстоянию от этой точки до начала отсчета;

начало координат может лежать на отрезке, соединяющем две точки координатной оси, имеющие отрицательные координаты.

Аналитическая геометрия

Пусть на координатной прямой отмечены точки с координатами

$\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$:



Найти координату точки Q

Аналитическая геометрия

На координатной плоскости имеется отрезок, соединяющий две точки с абсциссами разных знаков.
Верно утверждение: этот отрезок…

обязательно пересекает ось ординат;

обязательно пересекает ось абсцисс;

обязательно пересекает каждую из осей координат;

может не пересекать ось ординат.

Аналитическая геометрия

Если числа a и b являются целыми, то расстояние $|MN|$ между точками $M(3a;4b)$ и $N(3b;4a)$

будет числом…

целым неотрицательным;

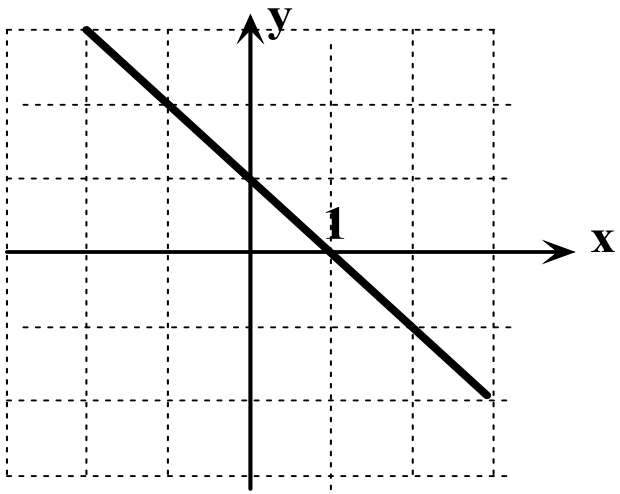
иррациональным;

рациональным не целым;

любым из указанных вариантов.

Аналитическая геометрия

График прямой линии,
заданной уравнением $Ax + By + C = 0$, имеет вид



Верно утверждение:

$$AB > 0$$

$$BC < 0$$

$$AC > 0$$

A

Линейная алгебра

Верно утверждение:

Если для квадратной матрицы A матрица A^3 – нулевая, то обратной к матрице $A^2 - A + E$ *будет матрица*

1) $E - A$; 2) $A - E$; 3) $-A - E$; 4) $E + A$

Линейная алгебра

Дана линейно независимая система из трех векторов.
Верно утверждение:

если из системы удалить один вектор, то оставшиеся векторы образуют линейно независимую систему;

если к данной системе добавить нулевой вектор, то новая система будет линейно зависимой;

существует ровно одна линейная комбинация векторов системы, равная нулевому вектору.;

в системе не может быть двух ортогональных (перпендикулярных) векторов.

Линейная алгебра

Если верно равенство:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g & 2h & 2k \end{vmatrix} = 8,$$

то определитель

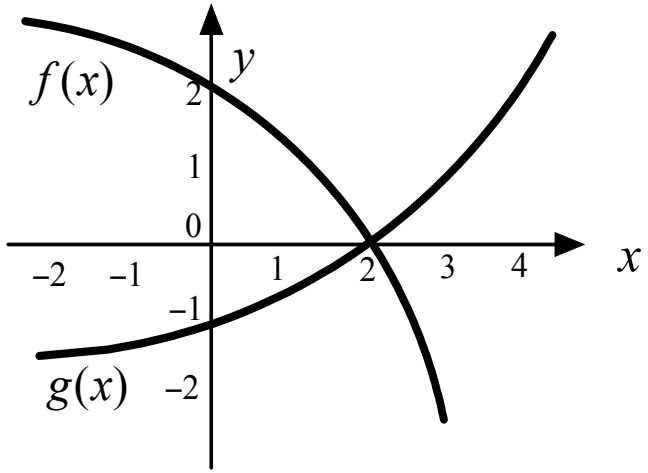
$$\begin{vmatrix} a+2d & b+2e & c+2f \\ g & h & k \\ d & e & f \end{vmatrix}$$

равен…

1)4; 2)-4; 3)-8; 4) 8

Математический анализ

Даны графики функций $f(x)$ и $g(x)$:



Верно утверждение:

корнем функции $g(f(x))$ является число 0;

функция $f(f(x))$ возрастает;

$f(g(2)) = g(f(2))$;

функция $g(g(x))$ убывает.

Математический анализ

Дан график функции $f(x)$

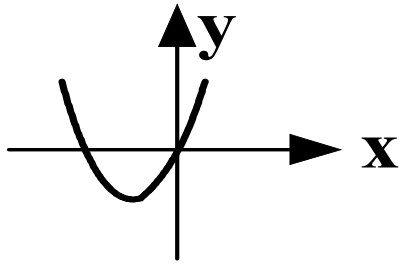
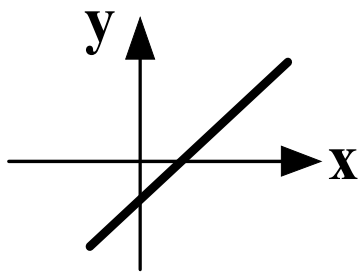
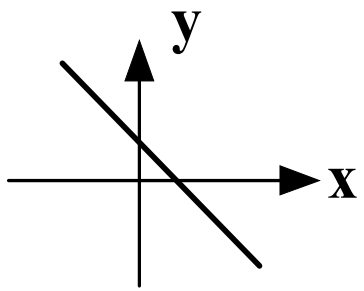
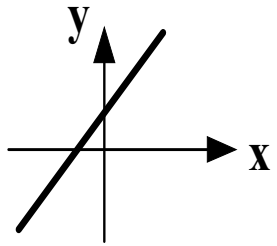
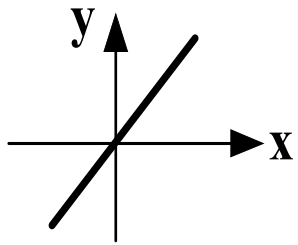


График производной $f'(x)$ может иметь вид…





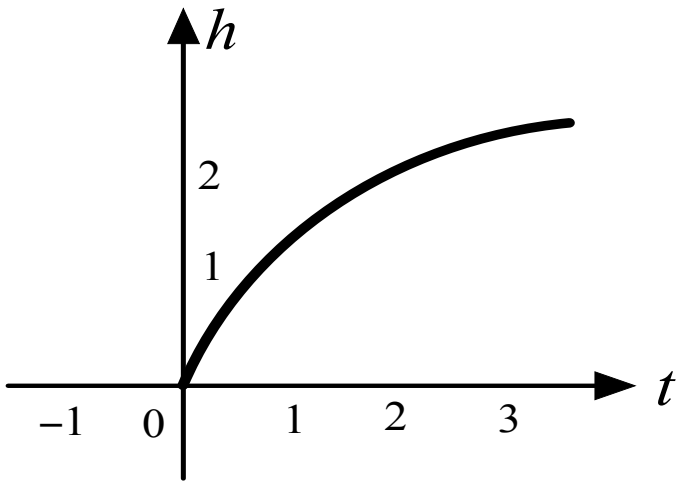




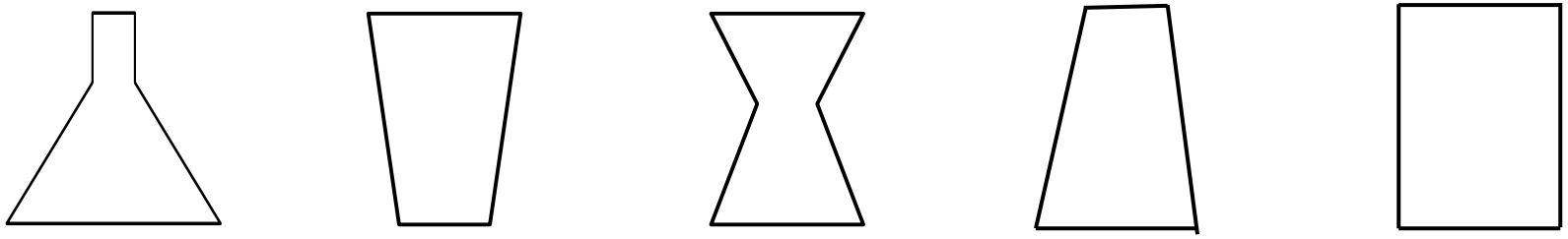
Математический анализ

:

Сосуд заполняется водой, равномерно поступающей из крана. Следующий график показывает зависимость высоты h воды в сосуде от времени t

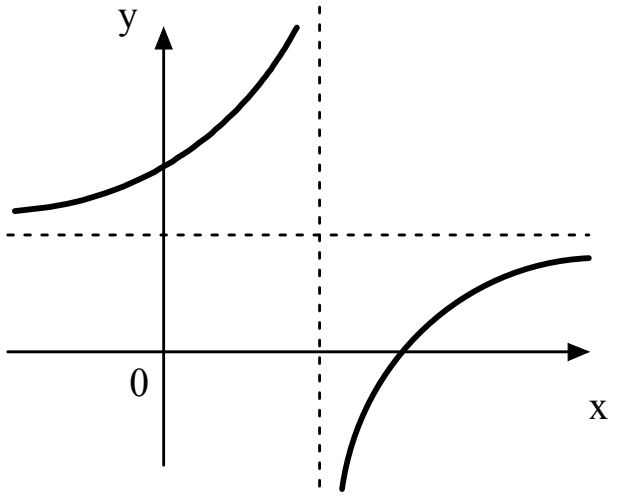


Тогда форма сосуда может иметь вид:



Математический анализ

Дан график функции $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$:



Верно утверждение:

$ac > 0$

$cd < 0$

$bd < 0$

$ba > 0$

Техническая сторона компьютерных видов тестирования важна и затратна, но не она является главной.

Важнейшей в любой системе тестирования является **содержательная сторона** дела, которая и определяет адекватность и качество всего процесса проверки знаний.

Нужны добросовестные и заинтересованные в этом роде деятельности профессионалы, и именно здесь затраты времени на подготовку качественных измерительных материалов и финансовые вложения должны составлять основную часть всех затрат.

К сожалению, практика использования всех существующих технологий тестирования (не только у нас, но и во всех развитых странах) этой главной составляющей уделяют мало внимания.

Бланк ответов

Часть 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Да	X		X	X			X		X							X	X		X		
Нет		X			X	X		X			X		X	X	X						

Часть 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
А			X																		
Б		X																			
В	X																				
Г																					

Часть 3

	Целое число, десятичная дробь, числитель обыкновенной дроби	Знаменатель обыкновенной дроби		Целое число, десятичная дробь, числитель обыкновенной дроби	Знаменатель обыкновенной дроби
1	5	/	4	1	/
2	0,6	/	5	2	/
3	1	/	6		/

Отчет о тестировании по курсу математического анализа

а

ИВАНОВ ИВАН **(направление Экономика группа 2019)**

Число баллов: 71 (из 100 максимально возможных) Полученный результат следует признать ХОРОШИМ

Информация об ответах на задания теста

Часть 1 содержала 12 заданий, каждое из которых состояла из 5 родственных друг другу вопросов (всего 60 вопросов). На каждый из вопросов был возможен только один из трех ответов: **«Да»**, **«Нет»,** или **«Не знаю».** За верный ответ начислялся 1 балл, за неверный ответ снимался 1 балл, а ответ «Не знаю» оценивался в 0 баллов.

номера заданий (сверху),
выбранные ответы (снизу): правильные – прописные буквы, неправильные – строчные:

I	II	III	IV	V	VI
ДННдД	НДННД	НДНДД	НДДНД	ДНДНД	ДДННД

VII	VIII	IX	X	XI	XII
НхндД	ДННДД	ННххх	НДНдН	ННДдН	ДНнНД

Правильные ответы:50 (число баллов: 50)
Неверные ответы: 6 (число баллов: -6)

Часть 2 содержала 20 заданий. В каждом из заданий предлагался выбор только одного из пяти возможных утверждений: **«А»**, **«Б»**, **«В»**, **«Г»,** или **«Не знаю».** За верный ответ начислялось 2 балла, за неверный ответ снимался 1 балл, а ответ «Не знаю» оценивался в 0 баллов.

Номера заданий (сверху),
выбранные ответы (снизу): правильные – прописные буквы, неправильные – строчные:

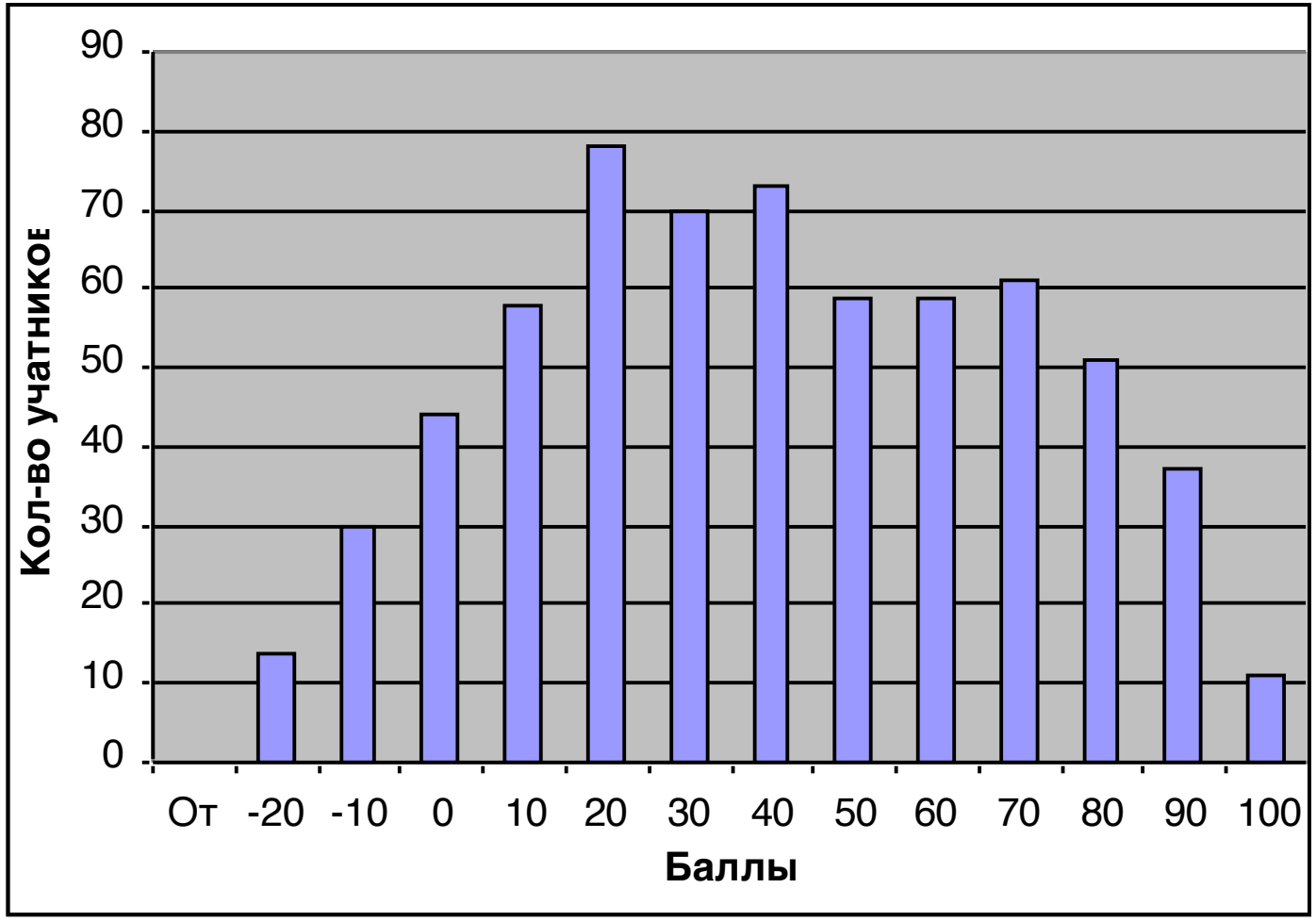
Правильные ответы: 15 (число баллов: 30)
Неверные ответы: 3 (число баллов: -3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
А	Б	А	Г	а	Г	б	В	Б	А	Г	В	в	х	В	А	Б	Б	А	х

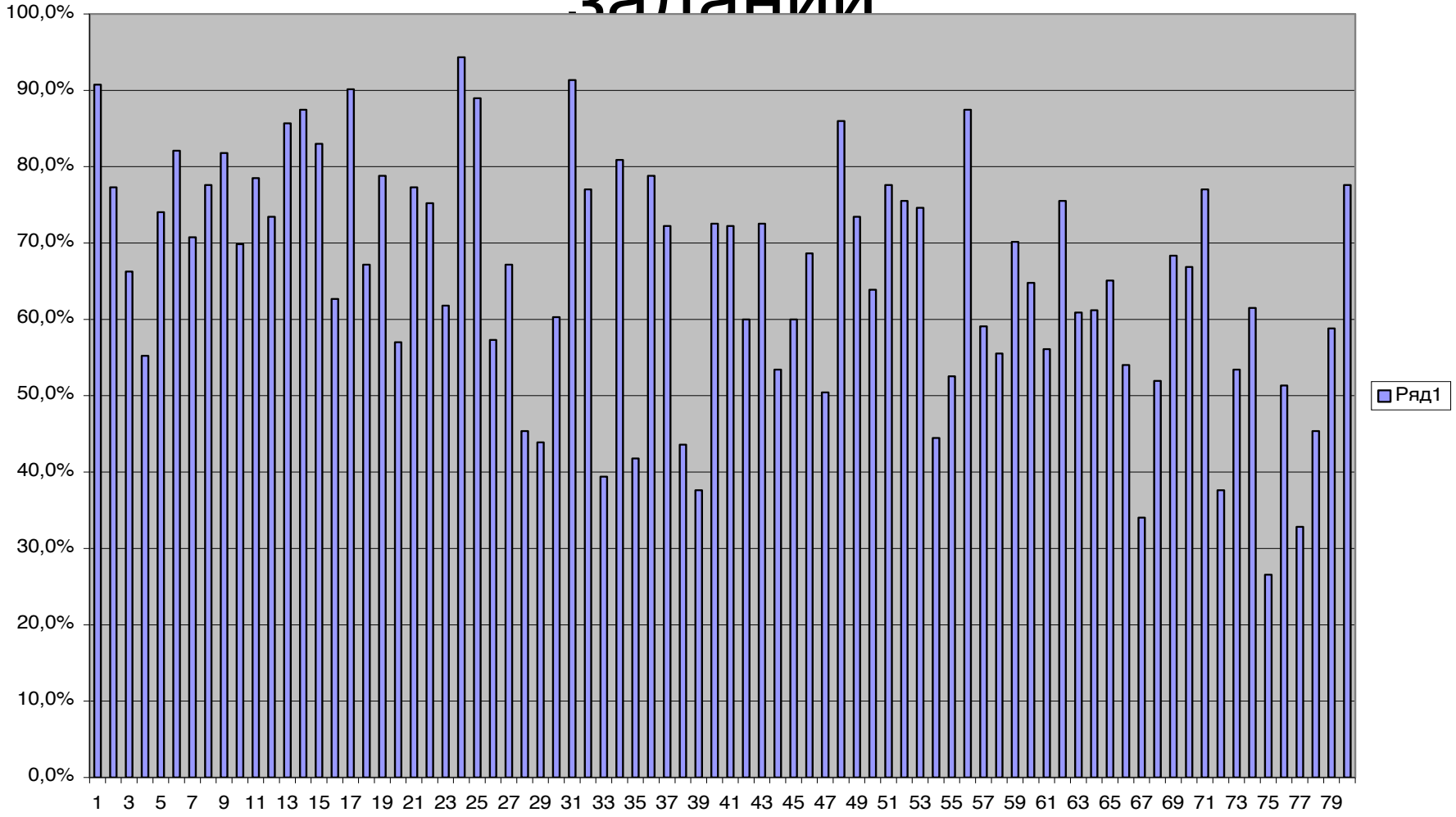
Анализ результатов тестирования

№	Тип параметра	Наименование параметра	Успешность
1		Элементы теории множеств	90%
2		Числовые множества	90%
3		Функции и последовательности	100%
4		Пределы последовательностей и функций	70%
5		Непрерывность	85%
7		Производная и дифференциал	100%
8		Производные высших порядков	80%
9		Экстремумы	95%
10		Выпуклость функции	100%
11		Асимптоты графика функции	100%
12	Общие умения и навыки	Использование определений и фактов	92%
13		Использование стандартных алгоритмов	89%
14		Использование наглядных представлений	100%
15		Логические рассуждения	91%
16		Догадка, интуиция	80%
17	Организация работы	Десять самых легких задач	100%
18		Десять самых трудных задач	80%
19		Десять первых задач	80%
20		Десять последних задач	70%

Вот как распределились участники тестирования по числу набранных баллов



статистика числа успешно справившихся с каждым из 80 заданий



Деятельность по составлению заданий и выбора параметров, по которым производится оценка работы, составляют самую трудную и самую важную часть всей процедуры тестирования. Она должна осуществляться специалистами в той конкретной области, по которой проводится тестирование.
И на этой части технологии тестирования должны быть сосредоточены основные усилия и на нее должны быть направлено адекватное финансирование.

Уверен, что с помощью большого числа заданий, требующих ответа «да» или «нет», и каждое из которых при минимальных вычислениях проверяют знание и понимание одной формулы или идеи, можно гораздо точнее проверить уровень знания и понимания математического материала, чем при решении задач контрольной работы, которые требуют больших вычислений и применения многих фактов и идей.

Многое из принятой методики тестирования было инициировано матералами конкурса «Кенгуру».
Я обсуждал материалы нашего тестирования с недавно ушедшим от нас А.И.Плоткиным, который многоие годы возглавлял всю деятельность этой олимпиады.

База тестовых заданий содержит около тысячи заданий, каждое из которых размножено в нескольких вариантах.

Вся статистическая информация крайне необходима при дальнейшей работе над содержанием тестовых заданий.
И только с учетом анализа результатов тестирования можно будет в дальнейшем создавать и проводить тестирование, адекватно отвечающее поставленным задачам.

Пространственное воображение

Какой путь?

На верхней книжной полке рядом стоят в правильном порядке два тома детективов: первый и второй.

Страницы каждого тома имеют вместе толщину 2 см, а каждая обложка – 2 мм.

Червь прогрыз прямой путь (перпендикулярно страницам) от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома.

Какой длины путь он прогрыз?

Варианты ответов

4см 2мм	кнопка 1
4см 4мм	кнопка 2
4мм	кнопка 3
2см 4мм	кнопка 4
2см 2мм	кнопка 5

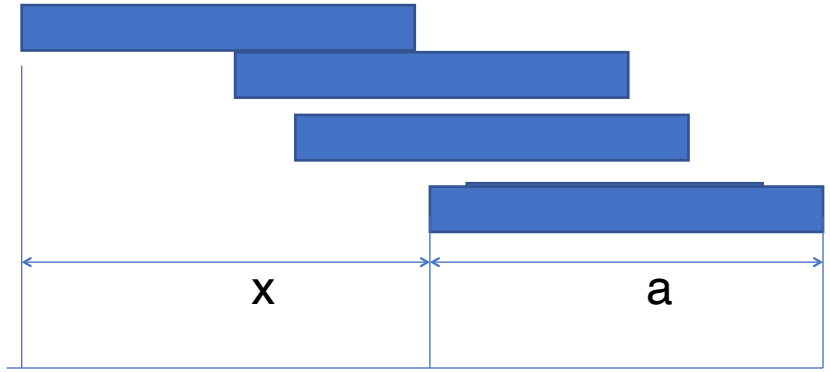
Проценты

Из Астрахани вывезли 1 тонну арбузов, в которых было 99% воды.

За время пути до рынка в Санкт-Петербурге арбузы усохли и стали содержать 98% воды.

Какой вес арбузов был выгружен на рынке в Санкт-Петербурге?

Гармонический ряд



Положив (нужным образом) друг на друга несколько одинаковых пластинок длины a (например, костяшек домино), можно образовать навес длиной x костяшек. Каково наибольшее достижимое значение длины навеса?

Вероятность

Есть ли среди присутствующих в этой аудитории люди, у которых дни рождения совпадают?

Идея линейности

Идея линейности лежит в основе многих математических моделей - от самых простых вычислений пропорций до основ дифференциального исчисления.

Интуиция подводит!

Какой получится зазор?

В зазор может протиснуться микроб;

Сможет проползти муравей;

Сможет пробежать собака;

Сможет пройти человек.

Линейная зависимость длины окружности от радиуса

Правильный ответ – последний.

Человек сможет пройти, слегка пригнувшись.

Зазор будет равен $\dfrac{10}{2\pi} \approx 1{,}6$ м.

Математика для математиков и для нематематиков

В Советском Союзе сложилась замечательная методика воспитания математиков. Были созданы продуманные программы, изданы прекрасные учебники и задачники, читались продуманные лекции и проводились хорошие практические занятия.

Но на два порядка большая аудитория студентов, которым читаются математические курсы всех нематематических специальностей такого комплекса по большому счету не имеет.

Есть отдельные примеры более или менее успешных попыток написания систематических учебников или пособий для инженерных специальностей . Например, курс высшей математики Зельдовича и Мышкиса.

Что же касается математического образования студентов гуманитарных специальностей, то здесь, несмотря на многие хорошие публикации, задача правильной программы и методического обеспечения насколько мне известно даже не ставилась.

Основной дефект преподавания математики в вузах – это отсутствие программ и методики этого преподавания, которые были бы предназначены именно для нематематиков.

Учебники и задачники для этих обучающихся представляют собой урезанные курсы для математиков. Программы повторяют те же разделы, что и для математиков: те же пределы, производные и интегралы, кривые второго порядка и т.д.

У нас прекрасные математики, получающие самые престижные математические премии.

Нематематики в массе своей математикой пренебрегают.

Для образованного человека считается неприличным не знать, кто такой Шекспир, но большинство совершенно спокойно относится к полному забвению простейших математических фактов из школьной математики.

Классическое образование было в свое время чрезвычайно распространенным. Оно было по преимуществу гуманитарным.

Но точные науки не были достоянием образованной части общества сколько-нибудь серьёзным образом никогда.

Никто не знает, ну и я, конечно, не знаю, к чему привело бы, если бы это было возможно, массовое серьёзное обучение математике и точным наукам, - улучшило бы это положение, или ухудшило, что улучшилось бы, что ухудшилось.

Этого не знает никто. Такого опыта нет. Тем не менее мы почему-то к этой цели стремимся. Мы стараемся. Как-то мы интуитивно чувствуем, что это будет хорошо, если наши дети и внуки будут приобщены к логической культуре, к математической культуре, будут лучше понимать точные науки.

Много лет по вопросу реформирования математического образования нематематиков я слышал от собеседников лишь согласие с основными тезисами, но не встречал серьезных предложений о реформировании системы математического образования.

Оптимизм внушает мне лишь то, что я не встречал никаких серьезных аргументов против.

Речь идет о базовых курсах, а не о профессиональном общении учителя и ученика.

Как был организовано обучение в древности? Прогулки по саду и беседы.

Сейчас обучение массовое и такое индивидуальное обучение невозможно.

Первый сюжет – электронный учебник.

Процесс обучения, его темп должны быть индивидуальными.

Хороший электронный учебник не должен давать никаких окончательных формулировок.

Методом проб и ошибок помощью грамотных подсказок студент должен сам добраться до верной формулы или правильного вывода.

На первом персональном компьютере, кажется(286 с 40 мегобайтами памяти на жестком диске) я попытался написать электронный учебник по курсу комбинаторики.

Сейчас он переписан на языке пакета Mathematica.

Современные компьютерные диалоговые системы должны позволить с помощью возможностей искусственного интеллекта создать действительно эффективные электронные учебники.

Другой сюжет реформирования математического образования – введение курса «Язык математики».

Курс призван преодолеть разрыв между школьной методикой преподавания математики и вузовским изложением математических дисциплин.

Курс опробован в этом учебном году в Высшей школе экономики в Москве и в Психолого-педагогическом университете.

Благодарю за внимание